



## نظام هندسه نظری در کاربردی‌های دوپا قالب شاغولی، برگرفته از دایره محیطی در معماری ایرانی

احمد دانایی‌نیا\* بهادر عرفان\*\*

### چکیده

رسمی‌بندی در دو حالت یک‌پا و دوپا کاربرد دارد. عدم به‌کارگیری آن‌ها در زمینه دلخواه، ضعف این نوع از کاربردی‌ها محسوب می‌شود که در نوع دوپا، به علت قرارگیری پاها در خارج از کنج‌ها و روی نقاط مشترک زمینه که خود باعث ایجاد هندسه پیچیده‌تر می‌شود، بیشتر ملموس است. از این‌رو بررسی هندسه دوبعدی رسمی دوپا شاغولی، آشنایی با ابعاد و نسبت‌های زمینه اجرای آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد. پرسش پژوهش آن است که تغییرات فراوانی شایه‌های اتصال، تناسب ابعادی و نسبت‌های هندسی زمینه رسمی‌های دوپا قالب شاغولی چگونه است؟ و مناسب‌ترین زمینه هندسی رسمی‌های دوپا قالب شاغولی، براساس نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  کدام است؟ بر این اساس، مبتنی بر مطالعات کتابخانه‌ای و تحلیل‌های نظری، از طریق دایره محیطی، هندسه نظری ۱۸۵ حالت از رسمی‌های دوپای ۸ تا ۲۴ قالب شاغولی بررسی شده و با حذف آلت سنپوسه، به طبقه‌بندی انواع، حالت‌های اتصال و تعداد حالت‌های ممکن در این نمونه‌ها پرداخته شده است. در نهایت، بهترین حالات رسمی دوپا برای طول و عرض زمینه‌ها مشخص شده و زمینه‌های مناسب براساس نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  معرفی شده است. نتایج نشان می‌دهد که تعداد زیادی از زمینه‌های رسمی دوپا از قوانین نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  پیروی می‌کنند. رسمی‌های دوپا از حالت اتصال ۳ به ۳ آغاز می‌شوند و با افزایش نوع رسمی دوپا از ۸ به ۲۴، فراوانی آن رسمی نیز بیشتر یا برابر رسمی دوپای قبل از خود می‌شود. به‌زای هر مرحله بالاتر از نوع رسمی دوپای ۸، حالت اتصال، تصاعدی می‌شود؛ بنابراین هرچه تعداد اتصالات بیشتر شود، فراوانی تعداد رسمی‌های دوپا نیز بیشتر خواهد بود. رسمی دوپای ۸، کمترین تعداد فراوانی (یک نوع حالت) و رسمی دوپای ۲۲ و ۲۴، بیشترین تعداد فراوانی (۴۸ نوع حالت مختلف) را دارد. شعاع شمسه نیز در حالت‌های مختلف اتصال رسمی‌های دوپا، برای تمام نمونه‌ها یکسان است.

کلیدواژگان: کاربردی، رسمی دوپا شاغولی، دایره محیطی، نسبت‌های طلایی، عدد طلایی  $\Phi$ .

## مقدمه

معماری ایرانی مبتنی بر قواعد هندسی است و رسمی‌بندی، قاعده‌مندترین هنر هندسی است که در عین سادگی از ساختار پیچیده‌ای برخوردار است. رسمی‌ها جهت تبدیل سطوح مربع، مستطیل و هشت‌ضلعی به دایره، در مکان‌هایی همچون گنبدخانه‌ها کاربرد دارند و به لحاظ مکان استفاده، به دو دسته یک‌پا و دوپا طبقه‌بندی می‌شوند. رسمی‌های دوپا برخلاف رسمی‌های یک‌پا که محل قرارگیری هر پای آن روی ستون‌های باربر زمینه است، در هر ربع زمینه روی دو ستون خارج از کنج‌ها قرار می‌گیرند. ضمن آنکه ایستایی و تعداد بازشوهای بیشتری ایجاد می‌کنند؛ هندسه پیچیده‌تری داشته و به نسبت رسمی‌های یک‌پا، ترکیبات متنوع‌تری دارند. به‌رغم تنوع هندسی این شاخه از کاربردی‌ها، طراحان با توجه به زمینه خاصی که در اختیار دارند، لازم است هندسه مشخصی از رسمی دوپا تعریف کنند. برای همین قادر نخواهند بود در شیوه ترسیم هندسی و محل قرارگیری پاهای این نوع رسمی در نقاط مشترک زمینه و دایره محیطی تغییر ایجاد کنند. پژوهش با هدف کاستن از خطاهای احتمالی در انتخاب و ترسیم این دسته از رسمی‌ها و قادر ساختن طراح در تنظیم ابعاد زمینه با نسبت‌های مشخص رسمی‌های دوپا، در پی پاسخ به دو پرسش اصلی است. نخست آنکه، تغییرات فراوانی شیوه‌های اتصال، تناسب ابعادی و نسبت‌های هندسی زمینه رسمی‌های دوپا قالب شاغولی چگونه است؟ پرسش دوم آن است که مناسب‌ترین زمینه هندسی رسمی‌های دوپا قالب شاغولی، بر اساس نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  کدام است؟ براین اساس، منطبق بر دایره محیطی، ضمن شفاف‌سازی هندسه نظری در رسمی‌های دوپای ۸ تا ۲۴، به طبقه‌بندی آن‌ها بر اساس کمترین نوع، استخراج انواع حالت‌های اتصال و تعداد حالت‌های ممکن پرداخته شده است. در ادامه فراوانی زمینه انواع رسمی‌بندی دوپا قالب شاغولی و تناسب ابعادی هر یک از آن‌ها به دست آمده است و در نهایت، براساس نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$ ، برای تمام نمونه‌های تاریخی، زمینه‌های ایده‌آل مشخص شده است. از این طریق، میزان قابل توجهی از خطاهای احتمالی در انتخاب و ترسیم این دسته از رسمی‌ها کاسته شده است که به گسترش عمیق‌تر فهم هندسه در معماری خواهد انجامید. رسمی‌های دوپا برخلاف رسمی‌های یک‌پا که پاهای آن‌ها همواره بر روی چهار نقطه از زمینه چهارضلعی‌شان قرار می‌گیرد، زمینه‌های هشت‌ضلعی داشته و قرارگیری پای آن‌ها در هر ربع زمینه، به مراتب، پیچیدگی بیشتری نسبت به نوع

یک‌پا دارد. از این رو، درک تناسب حاصل از ابعاد زمینه آن‌ها براساس دایره محیطی، موضوعی است که به‌طور خاص در این پژوهش به آن پرداخته شده است.

## پیشینه پژوهش

به‌رغم اهمیت رسمی‌ها<sup>۱</sup> در معماری ایران، پژوهش‌های مرتبط با آن بسیار محدود است. "کاشانی" (۱۳۶۶) و "پیرنیا" (۱۳۷۰) کاربردی را از روش‌های تبدیل سطوح مربع به دایره دانسته‌اند که در دوره‌های مختلف، روش‌های اجرایی متفاوتی داشته است (Wilber & Golombek, 1988). "شعرباف" (۱۳۷۲) و "بزرگمهری" به نقل از پیرنیا (۱۳۸۵) با دوایر محیطی و در زمینه‌های نیم‌کار مختلف به ترسیم انواع آن‌ها پرداخته‌اند. "رئیس‌زاده و مفید" (۱۳۸۴) به نقل از "لرزاده"، رسمی‌ها را تکامل‌یافته گوشه‌سازی دانسته و روش ترسیم آن را بر اساس نیم‌کارهای مختلف بیان کرده‌اند. "معماریان و صفایی‌پور" (۱۳۹۴)، ضمن معرفی انواع، اجزا و روش ساخت آن‌ها، روش ترسیم نوع شاغولی<sup>۲</sup> آن را معرفی کرده است. پژوهش "فرشچی و همکاران" (۱۳۹۵)، در زمره معدود پژوهش‌هایی است که نظام هندسی رسمی‌های یک‌پا را بررسی کرده و در آن، ارتباط بین حالت‌های مختلف اتصالات تاریخی ۲۶ را تحلیل کرده است. "آصفی و همکاران" (۱۳۹۷) با بررسی هندسه و خصوصیات و مقتضیات رسمی‌بندی‌های بازار تبریز، به امکان‌سنجی در پیاده‌سازی هندسه آن‌ها در انواع زمینه‌های چهارضلعی پرداخته‌اند.

در رابطه با سازه‌ای و غیر سازه‌ای بودن کاربردی‌ها، "امجدمحمدی و همکاران" (۱۳۹۶) و "نژادابراهیمی و همکاران" (۱۳۹۶)، مرز بین کاربردی و رسمی‌بندی را تبیین و انواع آن را طبقه‌بندی کرده‌اند (Saremi & et al., 2017) و (Mohammadi & et al., 2018)، راه‌حلی برای گسترش رسمی‌ها در زمینه با هندسه چندضلعی بی‌قاعده و نامنتظم ارائه داده‌اند و نشان می‌دهند که هندسه رسمی‌ها در زمینه‌های نامنتظم هم قابل اجرا هستند. "محمدیان‌منصور و فرامرزی" (۱۳۹۰) ضمن معرفی اجزا و ساختار رسمی‌ها، برای اولین بار به دسته‌بندی جدیدی به لحاظ شکل و ساختار آن‌ها رسیده‌اند.

از منظر طبقه‌بندی رسمی‌ها، محمدیان‌منصور و فرامرزی (۱۳۹۰)، به گونه‌شناسی انواع آن‌ها براساس زمینه اجرا، با تدوین ساختار هندسی رسمی‌ها در قالب جدول‌های هندسی-حسابی پرداخته‌اند. در رابطه با خصوصیات اصلی هندسی رسمی‌ها، روش استاندارد برای نام‌گذاری آن‌ها ارائه داده است که می‌تواند در کنار روش‌های سنتی، به‌عنوان روش

ترسیمی رسمی‌های قالب شاغولی و سرسفت پرداخته‌اند. "کولیجی"، به اهمیت ساختاری رسمی‌ها در جهت تبدیل زمینه مربع به دایره در معماری ایرانی اشاره می‌کند (Koliji, 2012). "زندیه و کیلی و همکاران"، رسمی‌بندی را به‌عنوان راه‌حلی هندسی در جهت کثرت عناصر ساختاری به سمت وحدت در شکل دانسته‌اند (Zandiyehvakili & et al., 2019). "امجدمحمدی و همکاران" (۱۳۹۹) با هدف کشف روابط هندسی و اصول رسمی‌بندی از طریق بررسی نمونه‌های تاریخی، روند طراحی آن‌ها را در معماری معاصر تنظیم و تسهیل کرده و به معرفی انواع آن پرداخته‌اند.

### روش پژوهش

پژوهش در حوزه روش، کیفی و بر منابع کتابخانه‌ای و تحلیل‌های میدانی متکی است. ابتدا براساس دایره محیطی، به بازخوانی هندسه دوبعدی رسمی‌های دوبا پرداخته و سپس ساختار این رسمی‌ها و مؤلفه‌های اصلی آن‌ها را شناسایی کرده‌ایم. سپس در بخش تحلیلی با استفاده از نرم‌افزار اتوکد، به‌صورت گام‌به‌گام تقسیمات زوج ۸ تا ۲۴ بخشی روی دایره محیطی صورت گرفته؛ که این فرایند منجر به پیاده‌سازی ۹ رسمی دوبا شده است. درنهایت از طریق ارتباط ۳ به ۳ تا ۱۱ به ۱۱ که با حذف آلت سنپوسه صورت گرفته، ۱۸۵ حالت مختلف با زمینه‌های مشابه و متفاوت از این ۹ رسمی دوبا، استخراج شده‌است. با بررسی محاسباتی طول و عرض زمینه‌های مربع و مستطیل شکل حاصل از این ترسیمات و نسبت میان آن‌ها، داده‌ها طبقه‌بندی شده و درنهایت با بهره‌گیری از برنامه اکسل، فراوانی میان نسبت‌ها، تعیین و نتایج حاصل شده‌است.

### مبانی نظری

#### هندسه رسمی‌بندی در معماری ایران

معماری ایران، بیانگر کاربرد وسیع هندسه در طراحی معماری است. معماران گذشته، با آگاهی از دانش هندسه و مثلثات، از قواعد آن‌ها استفاده می‌کرده‌اند (مولوی، ۱۳۷۰: ۷۴). رشد علم هندسه در طی قرون متمادی به علوم دیگر سرایت کرده و موجب برطرف شدن بسیاری از مسائل پیچیده شده‌است. هندسه در بیشتر بناهای تاریخی ایران، به‌عنوان مولد معماری در عناصر ساختاری، تزیینات و در الگوهای مثل معرق‌کاری، رسمی‌بندی گنبدها، یزدی‌بندی، مقرنس ستون‌ها و نظایر آن استفاده می‌شود (Gherardini & Leali, 2016: 134). از این منظر، هندسه راهنمای معماری در تأمین تناسبات و هماهنگی اصولی است (ابوالقاسمی، ۱۳۷۹: ۳۸۲). الگوهای

مکمل، برای ساده کردن کاربردی‌ها در نظر گرفته شود (PourAhmadi, 2014). "آئینه‌چی و همکاران" (۱۳۹۸)، ضمن واکاوی نظرات محققان در حوزه هندسه رسمی‌بندی، روش‌های گوناگون ترسیمی در این حوزه را شرح داده و با مقایسه این روش‌ها، مزایا و معایب آن‌ها را برشمرده‌اند. بررسی گسترده‌تر و عمیق‌تر موضوع، ضمن ارائه درک بهتری از رسمی، می‌تواند روابط هندسی میان رسمی و سازه را نیز تبیین کند. "پوراحمدی و سهرابی" (۱۳۹۸)، مبتنی بر تحلیل روش استادکاران گذشته و با نوشتن برنامه‌ای به زبان Maple، راه‌حل ریاضی برای حل این مسئله ارائه داده‌اند که از طریق آن، می‌توان به‌آسانی و با دقت بالا، رسمی‌های یک‌پا و دوپای قابل استفاده در هر زمینه‌ای را یافت.

همچنین (Ainechi & et al., 2019)، جزئیات اجرایی رسمی‌ها را براساس تجربیات استاد سازنده مستند و با مقایسه و تقابل، ارتباط معقول و معنادار بین روش‌های مختلف ساخت رسمی‌بندی در تبریز و اصفهان را روشن کرده‌است.

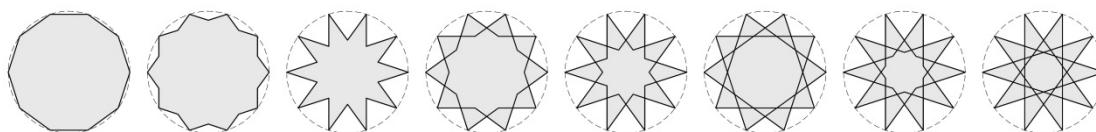
"نجیب‌اوغلو"، در کتاب "طومار توفقایی با بررسی نقشه‌های میرزااکبر، معمار دوره قاجار"، به وجوه نظری نقوش هندسی تاق‌های رسمی پرداخته است (Necipoglu, 1995). "گاروفالو"، با تجزیه و تحلیل هندسه پیچیده رسمی‌بندی عمارت کلاه‌فرنگی باغ دولت‌آباد یزد در ایران، اشاره می‌کند که این رسمی‌ها اگرچه پیچیده به نظر می‌رسند؛ اما روش گرافیکی که در ساخت الگوهای هندسی آن‌ها به کار رفته است، با ابزاری ساده همچون خط‌کش و پرگار به‌سادگی ترسیم می‌شوند و لزوماً نیاز به آشنایی با هندسه اقلیدسی ندارند (Garofalo, 2016). "دانایی‌نیا و عرفان" در پژوهشی، آلت‌های تخت در مقرنس را که جزء پیچیده‌ترین نوع کاربردی‌ها هستند کنکاش و اصول ترسیمی آن‌ها را مبتنی بر هندسه نظری استخراج کرده‌اند (Danaeinia & Erfan, 2020). "ملکی و وودباری"، الگوی هندسی رسمی‌ها در دایره محیطی را مشابه الگوهای ستاره‌ای شکل دانسته‌اند و در سیستم اتوکد، به معرفی الگوریتم ایجاد گنبد رسمی ایرانی پرداخته و بیان می‌کنند که این روش شباهت بسیاری به الگوریتم ساخت‌وساز سنتی رسمی‌ها به دست معماران گذشته دارد که بدون داشتن دانش نظری و فناوری‌های امروزی، این کار به‌صورت دستی انجام می‌گرفته است (Maleki & Woodbury, 2008). "ریحانی همدانی و همکاران" (۱۳۹۷) نشان داده‌اند که با استفاده از چهار شاخص اضلاع رسمی‌بندی، فواصل اتصال، شاغولی یا غیر شاغولی بودن و نوع زمینه، می‌توان تمامی رسمی‌های ساده را فرمول‌نویسی کرد. "نوابی و حاجی‌قاسمی" (۱۳۹۰) رسمی‌ها را بخشی از کاربردی به شمار آورده و به روش‌های

هندسی اسلامی فرم هندسی بسیار پیچیده‌ای هستند که تکنیک‌های اصلی طراحی آن در پس تاریخ قرار گرفته است. این شکل از هنر، موضوعات عمیقی از زیبایی و صفناپذیر فرم‌های هندسی را منتقل می‌کند، (Rasouli & Bastanfard, 2010: 344). فارابی، در تبیین علم هندسه گفته است که آنچه به نام علم هندسه شناخته می‌شود، هندسه عملی و هندسه نظری است (فارابی، ۱۳۸۹: ۷۷)؛ به همین جهت دانش هندسه به دو صورت نظری-ریاضی و عملی-تجربی که ماهیت یکسانی دارند، در علوم مختلف گسترش یافته است، اما آنچه حائز اهمیت است، نحوه استفاده و نتایج حاصل از این دو شاخه است. کاربرد ویژگی‌های هندسی در معماری ایران باستان در تمام مراحل طراحی، از ایده تا جزئیات هندسی ساختمان‌ها، قابل مشاهده است. این کاربرد منجر به ظهور فرم‌های معماری شده که نه تنها زیبایی، عملکرد و الزامات معنایی را برآورده کرده است؛ بلکه اصول وحدت را در تمام جنبه‌های معماری آشکار می‌کند. یکی از این جنبه‌ها، تعامل میان فرم معماری و سازه است. معماران با الهام از اندیشه‌های اسلامی از مفاهیم و الگوهای هندسی برای ایجاد بناهایی با رابطه مناسب بین فرم و ساختار بهره برده‌اند (Zandiyehvakili et al., 2019: 722). مطالعات در مورد ابنیه تاریخی در معماری ایرانی منجر به شناخت نوعی ساختار بنایی با هندسه شبکه هارمونیک شده که کاربردی نام‌گرفته است. مهم‌ترین و تحسین‌برانگیزترین ویژگی کاربردی، همبستگی و هماهنگی بین عملکردهای معماری و ساختاری است که منجر به ایجاد فضای زیبا و معنی‌دار شده است (Mohammadi et al., 2019: 1). از این روز، کاربردی یکی از تزیینات معماری اسلامی است که می‌تواند عملکرد ساختاری نیز داشته باشد (Zandiyehvakili et al., 2019: 723) به اعتقاد پیرنیا، کاربردی با اجرای هشت تاق در گوشه‌ها، زمینه مربع را به هشت گوش تبدیل می‌کند<sup>۳</sup> (پیرنیا، ۱۳۷۰: ۵۱) که با توجه به سابقه کاربردی در معماری سنتی ایران، در هریک از مناطق جغرافیایی به سبک خاصی طبقه‌بندی و نام‌گذاری شده است (ریحانی همدانی و همکاران، ۱۳۹۷: ۲۰۱).

کاربردی و رسمی‌بندی، اصطلاحات فنی هستند که

در معماری سنتی و توسط معماران به‌عنوان عملی برای ایجاد الگوهای به‌هم‌پیوسته در ساخت‌وساز مورد استفاده قرار گرفته‌اند (Sarhangi, 2012: 201). از رسمی‌بندی‌ها به دلیل عملکرد بالا و کاربردهای متنوع، در معماری ایران بسیار استفاده شده است. پوشش دهانه‌های وسیع و منطقه انتقال در تاق‌ها یا گنبدها و همچنین پوشش ایوان‌ها از جمله کاربردهای کاربردی‌ها هستند. امروزه اجزای کاربردی بیشتر در بناهای خاصی همچون مساجد و بناهای آرامگاهی ساخته می‌شوند؛ در حالی که از آن در پروژه‌های حفاظت نیز استفاده می‌شود (Ainechi et al., 2019: 3-4). با افزایش نیاز به ساختمان‌سازی در دوره ایلخانی، معماران به روش‌های یکسانی در ساخت کاربردی دست یافته‌اند. پس از آن در روزگار تیمور، معمارانی از شیراز آن را به سمرقند و خراسان بردند و کم‌کم در همه جای ایران رواج یافت. کاربردی در قرون بعد از آن کم‌کم به جای سقف دوم برای زیباسازی اندام‌های فضا به کار رفت (رفیعی سرشکی و همکاران، ۱۳۸۲: ۳۳۳). در مورد الگوهای هندسی اسلامی، اصول اساسی این الگوها شامل خطی بودن موتیف‌ها (ستاره‌ها و چندضلعی‌ها)، تقسیم به بخش‌های مساوی (چندضلعی‌های منظم، تکرار)، تقارن و پیچیدگی است. این ویژگی‌ها به‌تنهایی کافی هستند تا به هنر اسلامی کیفیت متمایزی بدهند و آن را از سایر فرهنگ‌ها متمایز سازند (Cromwell, 2010: 85). به‌طور مثال، الگوی ستاره‌ای اسلامی، یکی از مشهورترین و زیباترین اشکال هنر هندسی است. گذشته از درک بصری زیبایی آن‌ها، تاریخ‌دانان و ریاضی‌دانان به این الگوهای ستاره‌ای اسلامی علاقه‌مندند؛ زیرا آن‌ها یک معمای جالب را نشان می‌دهند (Kaplan, 2000: 105). الگوهای ستاره از لحاظ ماهیتی کاملاً ریاضی هستند و هنرمندانی که آن‌ها را توسعه داده بودند به‌خوبی در هندسه تبحر داشتند (Kaplan & Salesin, 2004: 98). تصویر ۱، حالت ممکن از الگوی ستاره ده نقطه‌ای و تصویر ۲، نما و پلان رسمی دوبا دوازده قسمتی را نشان می‌دهد.

"پوپ" معتقد است که مهارت طراحان ایرانی در ابداع طرح‌های پیچیده که مستلزم چیره‌دستی و قوه تخیل بالایی است، بیش‌تر از سایر کشورها بوده و بالعکس در تبدیل طرح‌ها و اشکال مختلف به ساده‌ترین صورت نیز، استادی خاصی



تصویر ۱. نمایش هشت حالت ممکن از الگوی ستاره ده نقطه‌ای (نگارندگان)

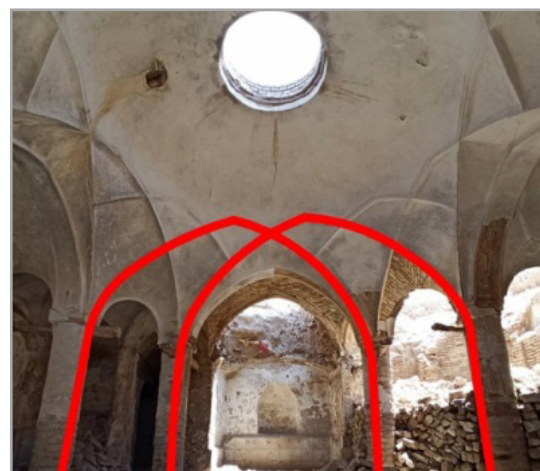
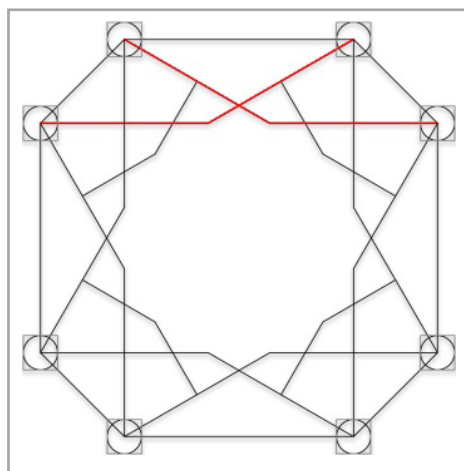
همه چفدهای رسمی‌ها از ابعاد و نسبت‌های مشابه برخوردار هستند (2: Mohammadi & et al., 2019) و متناسب با نوع زمینه، کاربردی‌ها از تنوع بسیار بالایی برخوردار است. ترسیم نقشه هندسی کاربردی در بیشتر اسناد قدیم و جدید، افقی و به صورت دویبعی است؛ در صورتی که کثیرالاضلاع‌های مختلف یک سطح افقی را به دایره تبدیل کنند، کاربردی‌ها به وجود می‌آیند (کاشانی، ۱۳۶۶: ۷۶). برخی از روش‌های ترسیم براساس دایرهٔ محاطی ماربر رؤس زمینه و برخی دیگر با شعاع‌ها و فلکه‌هاست (آینه‌چی و همکاران، ۱۳۹۸: ۷۵). ساختار شکلی پلان پوشش‌ها بر روی فرم کاربردی تأثیرگذار است؛ یعنی به نسبت طول به عرض هر زمینه می‌توان کاربردی خاصی را پیاده کرد (همان: ۳۵).

طراحی رسمی‌ها براساس ترسیم دایره، فلکه و یا شعاع‌ها انجام می‌گیرد (دادور و دالائی، ۱۳۹۵: ۱۴۹) و تقسیم دایره به قسمت‌های مساوی و یا به عبارتی ترسیم چندضلعی‌های منظم، اساس همه تناسبات بوده است (مولوی، ۱۳۷۰: ۷۶). پایه اصلی همه رسمی‌بندی‌ها، دایره است؛ اما با توجه به عملکرد فضا می‌تواند به یک مستطیل، هشت‌ضلعی، مثلث و حتی چندضلعی‌های نامنظم تبدیل شود (Sabatghadam, 2019: 4). از این رو مطابق تصویر ۳، دایره‌ای به شعاع فرضی یک متر رسم و قطرهای آن به گونه‌ای ترسیم می‌شود که به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم شود. حال با توجه به تصویر ۴، از آنجایی که نوع اتصالات به صورت ۵ به ۵ است، وتر AB از دایرهٔ محیطی طوری ترسیم می‌شود که از قطعات را دربرگیرد. در انتخاب نوع اتصالات باید به این نکته توجه کرد که قرارگیری شمشه<sup>۶</sup> درون هشت‌ضلعی زمینه، از الزامات انتخاب هر نوع اتصال در هندسه کاربردی است؛ در غیر این

داشته‌اند. در ترسیم خطوط پیرامون شکل‌ها، به شیوه‌ای که خصوصیات نقش را جلوه بدهد نیز استاد مسلم بوده‌اند و خوب می‌دانستند که چگونه می‌توان امری را بدون افراط، با خطوط ساده در نقوش و صور بیان کرد (پوپ و شرودر، ۱۳۹۴: ۴). علم اعداد<sup>۷</sup> و هندسه، بنیان‌گذار اصول پیچیده‌ای در بسیاری از علوم بعدی است (دادور و دالائی، ۱۳۹۵: ۱۶۰). معمار به واسطه هندسه فضایی و اعجاز‌آفرین رسمی‌ها، کاربردی‌ها، مقرنس‌ها و غیره قادر بوده با حفظ ساختار کلی فضا، دست به ابتکار بزند و دو شکل نامتجانس مربع و دایره را در فضا باظرافت کامل پیوند دهد (نقره‌کار، ۱۳۹۲: ۲۷۱). بر این اساس، عناصر تاقی رسمی‌بندی<sup>۸</sup>، بر الگوهای هندسی مبتنی است که ریشه در نبوغ هندسه ترسیم زمینهٔ رسمی دویا براساس دایرهٔ محیطی

تقسیم‌بندی خطوط از مسائل مهم معماری در مراحل طراحی و اجراست که از مراحل اولیه شکل‌گیری پلان تا تزیینات به کاررفته در ساختمان مورد استفاده است (مهدی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۰: ۲۵). شیوه‌های ترسیم رسمی‌بندی به روش هندسه نظری متفاوت است و استادکاران به روش‌های گوناگونی آن را ترسیم کرده‌اند.

امجدمحمدی و همکاران، براساس مطالعات سایر محققان در مورد هندسه دویبعی و سه‌بعی رسمی‌ها گفته‌اند که طرح یک رسمی  $n$  ضلعی براساس تقسیم یک دایره به  $n$  قسمت مساوی و رسم وترهای متقاطع بین نقاط آن طراحی می‌شود. از این رو، یک قسمت دایره‌ای شکل به نام شمشه، معمولاً در داخل یک دایرهٔ محیطی تشکیل می‌شود و ساختار سه‌بعی آن براساس چرخش چفدی از یک ضلع حول مرکز دایرهٔ محیطی شکل می‌گیرد. بنابراین، اضلاع



تصویر ۳. راست: رسمی‌بندی دویا دوازده قسمتی حمام عنایتی شهرستان آران و بیدگل؛ چپ: پلان معکوس رسمی‌بندی دویا دوازده قسمتی حمام عنایتی شهرستان آران و بیدگل (نگارندگان)

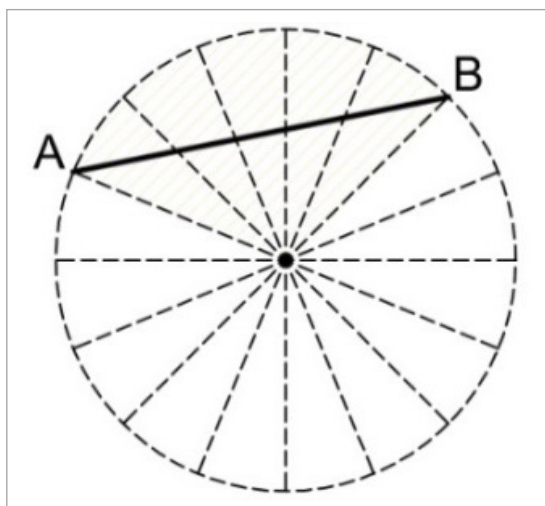
صورت هشتی زمینه در دایره قرار گرفته و پیاده‌سازی هندسه کاربردی در آن ناممکن می‌شود (آصفی و همکاران، ۱۳۹۷: ۶). سپس وتر AB حول مرکز دایره چرخانده می‌شود و این کار تا آن‌جا ادامه پیدا می‌کند که رسمی اختری<sup>۷</sup> پیوسته‌ای ایجاد شود (تصویر ۵). لازم به ذکر است که هندسه وتری کاربردی باعث تمایز آن با سایر هنرها همچون مقرنس شده است؛ این هندسه تنها در زمینه‌های محاط در دایره امکان اجرا دارد (همان: ۵).

از آنجایی که در هر گوشه از زمینه‌های مربع رسمی دوبا، شاهد دوبا پای قرار گرفته رسمی بر روی زمین هستیم؛ در نتیجه، در هر رسمی دوبا، در حالت‌های مختلف به جز زمینه مربع، وجود هشت پا الزامی است. نکته حائز اهمیت در این مرحله یافتن زمینه هشت ضلعی متقارن و متناسب با این هشت پای رسمی خواهد بود. طبق تصویر ۶، زمینه متناسب با رسمی

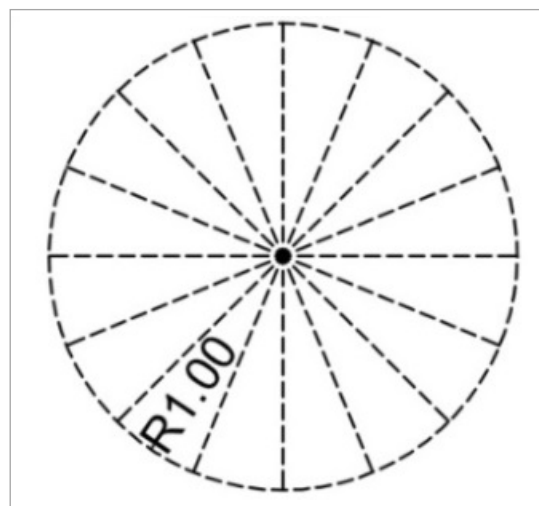
مذکور به‌طوری مشخص شده که هر رأس زمینه، منطبق با یکی از هشت پای رسمی باشد. اجزاء براساس مفهوم اساسی واحدهای تکرارشونده<sup>۸</sup> بنا شده‌اند که جزئی از الگوی کلی با استفاده از چرخش و تقارن هستند (Necipoğlu, 1995: 10).

### ساختار رسمی دوبا با توجه به دایره محیطی و شناسایی مؤلفه‌های اصلی آن

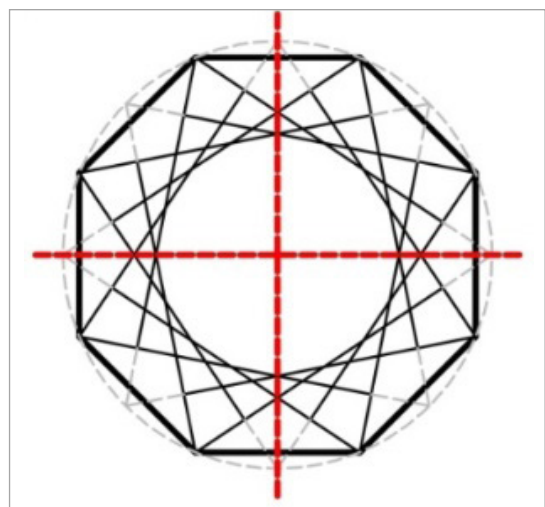
مبتنی بر تصویر ۷، جهت رسم مقطعی از رسمی دوبا ۱۶ در یک نیم‌کار، ضمن نام‌گذاری نقاط مشخص شده در پلان معکوس این رسمی با زمینه هشت ضلعی منتظم، نقاط (a, c, e, g) به‌عنوان محل پاکار پایه‌ها در نیم‌کار در نظر گرفته و روی سطح افق مشخص شده‌است (تصویر ۷).  
در گام بعد، در یک دوم نیم‌کار، نقاط (i, k, m, o) به‌عنوان رؤس یا تیزه تاق‌ها تعیین شده است. برای تعیین شاپرک‌ها،



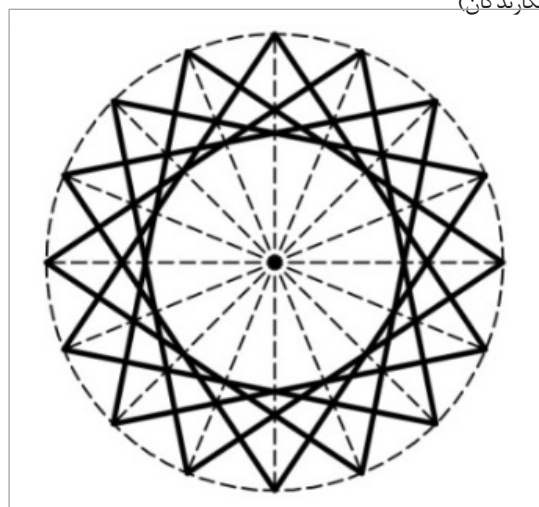
تصویر ۴. اتصال ۵ به ۵ و ترهای دایره محیطی (نگارندگان)



تصویر ۳. تقسیم دایره محیطی به شعاع یک، به ۱۶ قسمت مساوی (نگارندگان)



تصویر ۶. تعیین زمینه هشت ضلعی منتظم (نگارندگان)



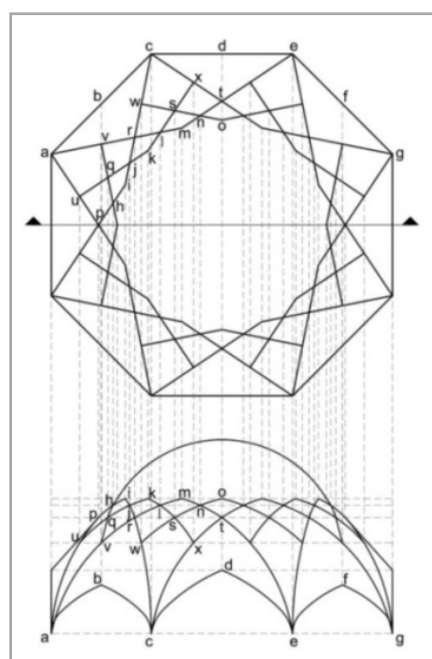
تصویر ۵. رسمی اختری پیوسته (نگارندگان)

ترنج، شاپرک و سنپوسه هستند<sup>۹</sup> و در نهایت طبق تصویر ۹ با حذف آلت سنپوسه، قسمت ۵ و آلت ۶ به ترتیب تحت عنوان سینه‌باز و شمشه مشخص می‌شوند (تصویر ۹).

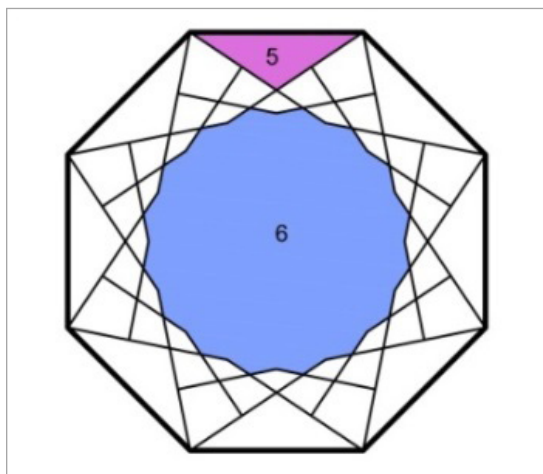
### استفاده از شبکه اتصالات ترسیمات رسمی دوپا روی دایره محیطی

در رسمی‌بندی‌ها، پیوند عمیقی میان زمینه کار و دایره محیطی وجود دارد. هندسه رسمی، مبتنی بر تقسیم دایره به کمان‌های یکسان و ترسیم وترهای متقاطع و متساوی بین نقاط تقسیم بوده که مهم‌ترین مسئله در آن، انطباق الگوی هندسه ترسیمی با زمینه کار است (اصفی و همکاران، ۱۳۹۷: ۵). منطبق با جدول ۱، از تقسیمات دایره محیطی از ۴ تا ۲۴ قسمت (به صورت یک‌درمیان)، با حالات اتصال ۱ به ۱ تا ۱۱ به ۱۱، جدول (۱۱ در ۱۱ خانه) مربع‌شکلی با ۱۲۱ خانه به دست می‌آید که با بررسی آن‌ها، ۴۱ خانه برای رسمی‌های دوپا قابل قبول است. با وجود حالت‌های مختلف اتصال در این ۴۱ خانه، در مجموع ۱۸۵ نوع مختلف از رسمی دوپا قالب شاغولی ترسیم و تحلیل شده است. از آنجایی که ترسیم رسمی‌های دوپا برای تقسیمات دایره محیطی به ۴ و ۶ قسمت مساوی امکان‌پذیر نیست؛ این تقسیمات با ۸ قسمت (رسمی دوپا ۸) شروع می‌شوند. چیدمان انواع مختلف رسمی‌های دوپای استخراج‌شده در جدول ۲ براساس طول بیشتر به سمت طول کمتر است که در صورت یکسان بودن طول‌ها، عرض بیشتر به سمت عرض کمتر ملاک خواهد بود. مطالب جدول ۱، بیانگر آن است که برخلاف شیوه‌های رایج، قانونمند کردن شکل و ابعاد از طریق ترسیمات هندسی صورت می‌گرفته است و این امر در طی قرن‌ها تجربه، ضمن ارائه راه‌حل‌ها و ترسیمات معینی، موجب هماهنگی در اجزای

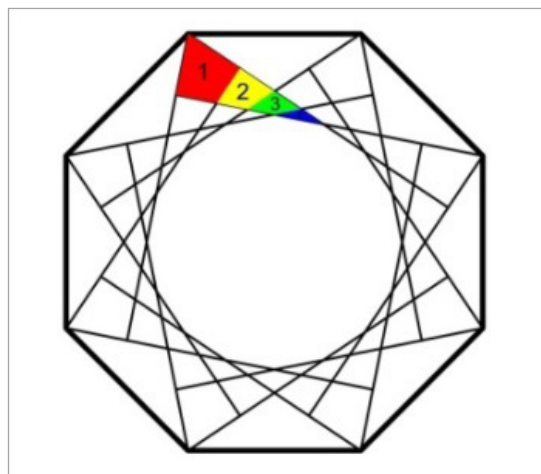
نقاط (h, j, i, n) را روی یک ردیف پایین‌تر از رئوس تاق‌ها و نقاط (p, q, r, s) را در سطح پایین‌تر معین کرده و به همین ترتیب با مشخص شدن شاپرک‌ها و انتقال نقاط (u, v, w, x) در یک سطح پایین‌تر از نقاط پیشین، آلت‌های ترنج و پاباریک تعیین می‌شوند. در گام آخر با انتقال نقاط (b, d, f) به تشخیص معمار و اصول زیبایی‌شناسی، سینه‌بازها و هم‌زمان ورودی‌های لازم تعیین می‌شوند. پس از حذف خطوط راهنما و اضافی مابین پاهای رسمی معین‌شده در تصویر ۸، به ترتیب آلت‌های شماره ۱ تا ۴ بیانگر، آلت پاباریک،



تصویر ۷. مقطعی از حالت دوم از حالت اتصال ۵ به ۵ رسمی دوپا ۱۶ در جدول ۲ (نگارندگان)



تصویر ۹. نمایش شمشه و سوسنی در رسمی دوپا ۱۶ (نگارندگان)



تصویر ۸. رسمی دوپا ۱۶ با آلات مشخص‌شده (نگارندگان)

جدول ۱.۱. حالت‌های مجاز رسمی دوپا براساس دایره محیطی آن

تعداد کل حالت‌ها	تعداد حالت‌ها	حالت‌های اتصال رسمی دوپا قالب شاغولی										نوع اتصال	نوع رسمی
		حالت ۱۰	حالت ۹	حالت ۸	حالت ۷	حالت ۶	حالت ۵	حالت ۴	حالت ۳	حالت ۲	حالت ۱		
۱	۱											۳ به ۳	۸
۲	۱											۳ به ۳	۱۰
	۱											۴ به ۴	
۵	۱											۳ به ۳	۱۲
	۲										۴ به ۴		
	۲										۵ به ۵		
۹	۱											۳ به ۳	۱۴
	۲										۴ به ۴		
	۲										۵ به ۵		
	۲										۶ به ۶		
۱۶	۱											۳ به ۳	۱۶
	۲										۴ به ۴		
	۴										۵ به ۵		
	۴										۶ به ۶		
	۴										۷ به ۷		





ادامه جدول ۱. حالت‌های مجاز رسمی دوپا براساس دایره محیطی آن

تعداد کل حالت‌ها	تعداد حالت‌ها	حالت‌های اتصال رسمی دوپا قالب شاغولی										نوع اتصال	نوع رسمی
		حالت ۱۰	حالت ۹	حالت ۸	حالت ۷	حالت ۶	حالت ۵	حالت ۴	حالت ۳	حالت ۲	حالت ۱		
۲۳	۲											۴ به ۴	۱۸
	۴											۵ به ۵	
	۵											۶ به ۶	
	۶											۷ به ۷	
	۶											۸ به ۸	
۳۳	۲											۴ به ۴	۲۰
	۴											۵ به ۵	
	۶											۶ به ۶	
	۷											۷ به ۷	
	۷											۸ به ۸	
	۷											۹ به ۹	
۴۸	۱											۴ به ۴	۲۲
	۴											۵ به ۵	
	۶											۶ به ۶	
	۸											۷ به ۷	
	۹											۸ به ۸	



ادامه جدول ۱. حالت‌های مجاز رسمی دوپا براساس دایره محیطی آن

تعداد کل حالت‌ها	تعداد حالت‌ها	حالت‌های اتصال رسمی دوپا قالب شاغولی										نوع اتصال	نوع رسمی
		حالت ۱۰	حالت ۹	حالت ۸	حالت ۷	حالت ۶	حالت ۵	حالت ۴	حالت ۳	حالت ۲	حالت ۱		
۴۸	۱۰											۹ به ۹	۲۲
	۱۰											۹ به ۱۰ ۱۰ به ۱۰	
۴۸	۱											۴ به ۴	۲۴
	۴											۵ به ۵	
	۵											۶ به ۶	
	۷											۷ به ۷	
	۷											۸ به ۸	
	۸											۹ به ۹	
	۸											۹ به ۱۰ ۱۰ به ۱۰	
	۸											۱۰ به ۱۱ ۱۱ به ۱۱	

(نگارندگان)

و در کل، پیرو نیاز هستند (همان ۱۳۸۴: ۳۳) و بهترین و دقیق‌ترین شکل عناصر باربر، در طی قرن‌ها تجربه از طریق ترسیمات هندسی و با چندین بار آزمون و خطا توسط معماران تعیین شده است. به طوری که شکل‌های حاصل تقریباً با محاسبات دقیق امروزی برابر بوده است (مولوی و قاسم‌زاده، ۱۳۸۱: ۳۲). منطبق بر جدول ۲، از تصویر ۱۰: فراوانی نسبت‌ها، تصویر ۱۱: فراوانی طول اضلاع، تصویر ۱۲: فراوانی رسمی دوپا و در نهایت از تصویر ۱۳: فراوانی نوع اتصال در این رسمی‌های دوپا با نرم‌افزار EXEL به دست آمده که در آن‌ها کمترین و بیشترین مقدار هر فراوانی مشخص شده است.

ساختمان نیز شده است (مولوی و قاسم‌زاده، ۱۳۸۱: ۳۱). از آنجاکه هر کاربردی دارای تناسب و اندازه‌های معین است، باید روی طول و عرض معینی سوار شود؛ از این رو معمار در ابتدا نوع کاربردی مناسب را انتخاب می‌کند و سپس ابعاد فضا را تابع ابعاد و تناسب کاربردی برمی‌گزیند (عمرانی‌پور، ۱۳۸۴: ۸۳). جدول ۲، تناسب ابعادی طول، عرض و نسبت آن‌ها را در زمینه‌های رسمی دوپا براساس دایره محیطی، نشان می‌دهد و مبین وجود روابط منطقی میان نسبت رسمی‌های دوپا و تناسبات طلایی است.

مطابق جدول‌های ۱ و ۲، هندسه، بیشتر با تناسبات خودگرا سروکار دارد. ابعاد تابع یکدیگرند و مضربی از هم

جدول ۲. تناسبات ابعادی طول، عرض و نسبت آن‌ها در زمینه‌های رسمی دوپا براساس دایره محیطی به شعاع فرضی یک متر

نوع رسمی	نوع اتصال	تناسبات ابعادی رسمی های دوپا قالب شاغولی براساس دایره محیطی به شعاع یک متر																				
		مشخصه	حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴	حالت ۵	حالت ۶	حالت ۷	حالت ۸	حالت ۹	حالت ۱۰										
۸	۳ به ۳	طول	۱,۸۴۸																			
		عرض	۱,۸۴۸																			
		نسبت	۱																			
۱۰	۳ به ۳	طول	۱,۹۰۲																			
		عرض	۱,۶۱۸																			
		نسبت	۱,۱۷۵																			
	۴ به ۴	طول	۱,۹۰۲																			
		عرض	۱,۶۱۸																			
		نسبت	۱,۱۷۵																			
۱۲	۳ به ۳	طول	۱,۷۳۲																			
		عرض	۱,۷۳۲																			
		نسبت	۱																			
	۴ به ۴	طول	۱,۹۳۲	۱,۷۳۲																		
		عرض	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲																		
		نسبت	۱,۳۶۶	۱																		
۵ به ۵	طول	۱,۹۳۲	۱,۷۳۲																			
	عرض	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲																			
	نسبت	۱,۳۶۶	۱																			
۱۴	۳ به ۳	طول	۱,۹۵																			
		عرض	۱,۸۰۲																			
		نسبت	۱,۰۸۲																			
	۴ به ۴	طول	۱,۹۵	۱,۸۰۲																		
		عرض	۱,۸۰۲	۱,۵۶۴																		
		نسبت	۱,۰۸۲	۱,۱۵۲																		
۵ به ۵	طول	۱,۹۵	۱,۹۵	۱,۸۰۲																		
	عرض	۱,۸۰۲	۱,۲۴۷	۱,۵۶۴																		
	نسبت	۱,۰۸۲	۱,۵۶۴	۱,۱۵۲																		
۶ به ۶	طول	۱,۹۵	۱,۹۵	۱,۸۰۲																		
	عرض	۱,۸۰۲	۱,۲۴۷	۱,۵۶۴																		
	نسبت	۱,۰۸۲	۱,۵۶۴	۱,۱۵۲																		









ادامه جدول ۲. تناسبات ابعادی طول، عرض و نسبت آن‌ها در زمینه‌های رسمی دوبا براساس دایره محیطی به شعاع فرضی یک متر

تناسبات ابعادی رسمی‌های دوبا قالب شاغولی براساس دایره محیطی به شعاع یک متر											نوع اتصال	نوع رسمی	
حالت ۱۰	حالت ۹	حالت ۸	حالت ۷	حالت ۶	حالت ۵	حالت ۴	حالت ۳	حالت ۲	حالت ۱	مشخصه			
	۱,۶۸۳	۱,۸۱۹	۱,۸۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۸	۱,۹۸	۱,۹۸	طول	۸ به ۸	۲۲	
	۱,۵۱۱	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۰۸۱	۱,۵۱۱	۱,۸۱۹	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۹۱۹	عرض			
	۱,۱۱۴	۱,۳۸۹	۱,۰۸۱	۱,۷۷۵	۱,۲۷۰	۱,۰۵۵	۱,۵۱۱	۱,۱۷۶	۱,۰۳۲	نسبت			
۱,۶۸۳	۱,۸۱۹	۱,۸۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۸	۱,۹۸	۱,۹۸	۱,۹۸	طول	۹ به ۹		
۱,۵۱۱	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۰۸۱	۱,۵۱۱	۱,۸۱۹	۰,۸۳۱	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۹۱۹	عرض			
۱,۱۱۴	۱,۳۸۹	۱,۰۸۱	۱,۷۷۵	۱,۲۷۰	۱,۰۵۵	۲,۳۸۳	۱,۵۱۱	۱,۱۷۶	۱,۰۳۲	نسبت			
۱,۶۸۳	۱,۸۱۹	۱,۸۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۱۹	۱,۹۸	۱,۹۸	۱,۹۸	۱,۹۸	طول	۱۰ به ۱۰		
۱,۵۱۱	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۰۸۱	۱,۵۱۱	۱,۸۱۹	۰,۸۳۱	۱,۳۱	۱,۶۸۳	۱,۹۱۹	عرض			
۱,۱۱۴	۱,۳۸۹	۱,۰۸۱	۱,۷۷۵	۱,۲۷۰	۱,۰۵۵	۲,۳۸۳	۱,۵۱۱	۱,۱۷۶	۱,۰۳۲	نسبت			
									۱,۸۴۸	طول	۴ به ۴		۲۴
									۱,۸۴۸	عرض			
									۱	نسبت			
						۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۵ به ۵		
						۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
						۱	۱	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
					۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۶ به ۶		
					۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
					۱	۱	۱	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
			۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۷ به ۷		
			۱,۵۸۷	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
			۱	۱,۲۲۵	۱	۱	۱,۳۶۶	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
			۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۸ به ۸		
			۱,۵۸۷	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
			۱	۱,۲۲۵	۱	۱	۱,۳۶۶	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
		۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۹ به ۹		
		۱,۵۸۷	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
		۱	۱,۲۲۵	۱	۱	۱,۹۳۲	۱,۳۶۶	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
		۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۱۰ به ۱۰		
		۱,۵۸۷	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
		۱	۱,۲۲۵	۱	۱	۱,۹۳۲	۱,۳۶۶	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			
		۱,۵۸۷	۱,۷۳۲	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۳۲	۱,۹۸۳	طول	۱۱ به ۱۱		
		۱,۵۸۷	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	۱	۱,۴۱۴	۱,۷۳۲	۱,۸۴۸	عرض			
		۱	۱,۲۲۵	۱	۱	۱,۹۳۲	۱,۳۶۶	۱,۱۱۵	۱,۰۷۳	نسبت			

(نگارندگان)

## یافته‌ها

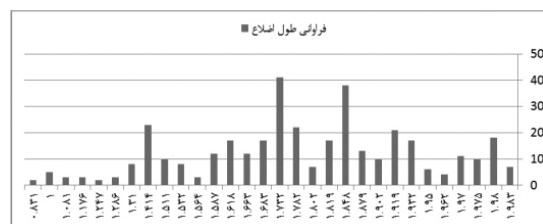
دوپاست. در جدول ۲ مشخص است به جز نسبت عدد ۱، سایر نسبت‌ها در هر نوع اتصال از هر رسمی دوپا فراوانی یک دارد و منحصر به فرد است؛ در غیر این صورت، زمینه‌های تکراری به وجود خواهد آمد.

در تصویر ۱۰، فراوانی نسبت طلایی عدد ۱ بیشترین مقدار یعنی حدود ۲۴ درصد است؛ بنابراین حدود یک چهارم از کل رسمی‌های دوپا در زمینه مربع، شکل می‌گیرند. در جدول‌های ۱ و ۲، رسمی‌های دوپا ۱۰، ۱۴، ۱۸ و ۲۲ (یک در میان)، فقط دارای زمینه مستطیل شکل و فاقد زمینه مربع شکل یا نسبت طلایی عدد ۱ است و رسمی‌های دوپای ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰ و ۲۴ (یک در میان)، دارای هر دو زمینه مربع و مستطیل شکل است. مطابق جدول ۲، بیشترین نسبت ابعاد زمینه عدد ۲، ۳۸۳ است که مربوط به یکی از حالت‌های اتصال ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ رسمی دوپای ۲۲ است.

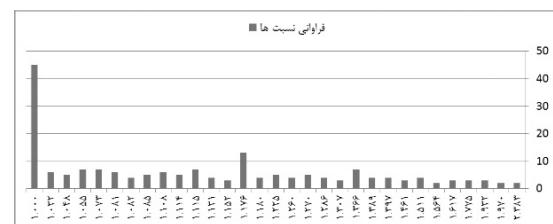
در هر نوع رسمی دوپا، زمینه حالت‌های اتصال بالاتر، تمام زمینه‌های حالت‌های اتصال پایین‌تر خود در همان رسمی دوپا را شامل می‌شود. برای مثال حالت اتصال ۱۰ به ۱۰ رسمی دوپای ۲۲، تمامی زمینه‌های حالت‌های اتصال ماقبل از خود یعنی حالت‌های اتصال ۴ به ۴، ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ را شامل می‌شود (جدول‌های ۱ و ۲). مطابق تصویر ۱۳، تعداد فراوانی نوع اتصال‌ها تا حالت اتصال ۷ به ۷ روند افزایشی داشته و از این اتصال به بعد روند نزولی دارند که علت این کاهش طبق جدول‌های ۱ و ۲، حذف اتصال ۳ به ۳ و شروع اتصال ۸ به ۸ در رسمی دوپای ۱۸ (مرحله ششم) است. براساس جدول‌های ۱ و ۲، عرض زمینه در هر دو حالت اتصال رسمی دوپای ۱۰ برابر عدد طلایی  $\Phi$  است. عرض زمینه در حالت سوم از اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی

مطابق تصویر ۱۳ و جدول‌های ۱ و ۲ حالات اتصال ۱ به ۱ و ۲ به ۲ فاقد هرگونه رسمی دوپاست و حداقل اتصال‌ها از ۳ به ۳ امکان‌پذیر است. رسمی دوپای ۸، کمترین تعداد فراوانی (یک نوع حالت) و رسمی دوپای ۲۲ و ۲۴، بیشترین تعداد فراوانی (۴۸ نوع حالت مختلف) را دارند. طبق مطالب جدول‌های ۱ و ۲، حالت اتصال ۳ به ۳ در مرحله ششم رسمی دوپای ۱۸ حذف شده است. همچنین حالت اتصال ۴ به ۴ در مرحله دهم از رسمی دوپای ۲۶ که در جدول‌های ۱ و ۲ ادامه نیافته است، حذف می‌شود؛ لذا قابل پیش‌بینی است که در بازه بین چند رسمی دوپا در مراحل بالاتر، یکی از حالت‌های اتصال حذف می‌شود. با توجه به جدول ۱، شعاع شمس در هر نوع حالت اتصال رسمی‌های دوپا، برای تمام نمونه‌ها یکسان است. طبق تصویر ۱۱ و جدول ۱، به ازای هر مرحله بالاتر از نوع رسمی دوپای ۸، یک حالت اتصال دیگر به آن اضافه می‌شود (تصادف عددی)؛ بنابراین هرچه تعداد اتصالات بیشتر شود، فراوانی تعداد رسمی‌های دوپا نیز بیشتر خواهد بود. طبق جدول ۲، برای دو مرحله آخر از حالات اتصال در هر رسمی دوپا، تعداد فراوانی آن‌ها نیز یکسان است. مطابق جدول‌های ۱ و ۲، فراوانی یک رسمی دوپا در یک نوع حالت اتصال، کمتر یا برابر حالت اتصال بعدی خود در همان رسمی دوپا خواهد بود.

فراوانی کل رسمی‌های دوپای ۲۲ و ۲۴ یکسان و برابر عدد ۴۸ است (تصویر ۱۲). مقایسه جدول‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهد، نسبت عدد ۱ به معنای برابر بودن طول و عرض یکسان زمینه یا مربع شکل بودن آن در تمامی رسمی‌های



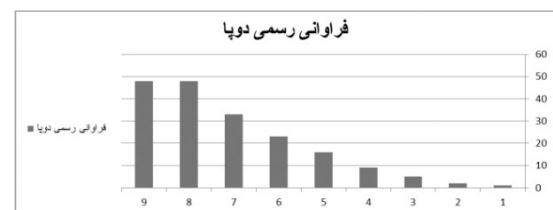
تصویر ۱۱. فراوانی طول اضلاع (نگارندگان)



تصویر ۱۰. فراوانی نسبت‌ها (نگارندگان)



تصویر ۱۲. فراوانی رسمی دوپا (نگارندگان)



تصویر ۱۳. فراوانی نوع اتصال (نگارندگان)

رسمی دوپای ۲۲ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۵ است. عرض زمینه در حالت دوم اتصال ۴ به ۴ و سوم اتصالات ۵ به ۵ و ۶ به ۶ و نسبت زمینه در حالت دوم از اتصالات ۵ به ۵ و ۶ به ۶؛ و همچنین طول و عرض زمینه برای حالت پنجم از اتصال ۶ به ۶، هفتم از اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ و هشتم از اتصالات ۹ به ۹، ۱۰ به ۱۰ و ۱۱ به ۱۱ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶ است. طول زمینه برای حالت اول اتصالات ۳ به ۳، ۴ به ۴، ۵ به ۵ و ۶ به ۶ (تمام اتصالات) و دوم اتصالات ۵ به ۵ و ۶ به ۶ رسمی دوپای ۱،۴، حالت اول اتصالات ۴ به ۴، ۵ به ۵، ۶ به ۶ و ۷ به ۷ رسمی دوپای ۱،۶، حالت اول اتصالات ۴ به ۴، ۵ به ۵، ۶ به ۶ و ۷ به ۷، دوم اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷ و ۸ به ۸ سوم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی دوپای ۱،۸، حالت اول اتصالات ۴ به ۴، ۵ به ۵، ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹، دوم اتصالات ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ به ۹ و حالت سوم اتصال ۶ به ۶ در رسمی دوپای ۲،۰، حالت اول و دوم اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، سوم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ و چهارم اتصالات ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ و ۱۰ به ۱۰، سوم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، دوم اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، چهارم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، پنجم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، ششم اتصال ۶ به ۶، پنجم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، ششم اتصال ۶ به ۶، پنجم و هشتم اتصال ۷ به ۷، ۷ به ۷، پنجم و نهم اتصال ۸ به ۸، ششم و دهم اتصالات ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، ۱۰، حالت سوم اتصال ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰

دوپای ۱۸ و حالت چهارم از اتصالات ۹ به ۹، ۱۰ به ۱۰ و ۱۱ به ۱۱ رسمی دوپای ۲۴ برابر نسبت طلایی عدد ۱ است. عرض زمینه در حالات دوم اتصال ۵ به ۵، اول اتصال ۶ به ۶ و سوم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ و همچنین طول و عرض زمینه در حالت چهارم اتصال ۵ به ۵، ششم اتصال ۶ به ۶ و هفتم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ در رسمی دوپای ۲۰ برابر عدد طلایی  $\Phi$  است. بنابراین به جز حالت اتصال ۴ به ۴ رسمی دوپای ۲۰، تمامی اتصالات آن دارای دو حالت با عرض زمینه، برابر عدد طلایی  $\Phi$  است. به عبارتی در این رسمی به جز حالت اول اتصال آن، سایر حالت‌های اتصال آن، یک زمینه با طول و عرض برابر با عدد طلایی  $\Phi$  دارند. نسبت زمینه در حالت چهارم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ رسمی دوپای ۲۰ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶۱۷ است. عرض زمینه حالت اول اتصالات ۴ به ۴، ۵ به ۵، ۶ به ۶ و ۷ به ۷ و طول و عرض زمینه حالت اول اتصال ۳ به ۳ و چهارم اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶ و ۷ به ۷ در رسمی دوپای ۱۶ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶۶ است. براساس جدول ۲، نسبت زمینه در تمامی حالات از اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ رسمی دوپای ۲۲ برابر نسبت طلایی عدد ۱ است. عرض زمینه در حالات دوم و چهارم اتصال ۵ به ۵، دوم و پنجم اتصال ۶ به ۶، دوم و ششم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ و نسبت زمینه در حالت چهارم اتصال ۶ به ۶، پنجم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی دوپای ۱،۸، حالات چهارم و ششم اتصال ۶ به ۶، پنجم و هشتم اتصال ۷ به ۷، پنجم و نهم اتصال ۸ به ۸، ششم و دهم اتصالات ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، ۱۰، حالت سوم اتصال ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰

## نتیجه‌گیری

از آنجایی که پوشش هندسی آسمانه برای معماران ایرانی اهمیت بالایی داشته‌است، نقش رسمی‌های دوبا در ایجاد زمینه حاصل‌شده از دایره محیطی آشکار می‌شود. در راستای پاسخ به پرسش اول پژوهش، رسمی‌های دوبا از حالت اتصال ۳ به ۳ آغاز می‌شوند. با افزایش نوع رسمی دوبا از ۸ به ۲۴، فراوانی آن رسمی نیز بیشتر یا برابر رسمی دوپای قبل از خود می‌شود. شعاع شمس در هر نوع حالت اتصال رسمی‌های دوبا، برای تمام نمونه‌ها یکسان است. با افزایش تعداد اتصالات، فراوانی تعداد رسمی‌های دوبا نیز بیشتر می‌شود. تعداد فراوانی دو مرحله آخر از حالات اتصال در هر رسمی دوبا یکسان است. فراوانی کل رسمی‌های دوپای ۲۲ و ۲۴ یکسان است. نسبت عدد ۱ به معنای زمینه مربع‌شکل است. از آنجایی که زمینه‌ها نباید تکراری باشند، به جز نسبت عدد ۱، سایر نسبت‌ها در هر نوع اتصال رسمی‌های دوبا فراوانی یک دارند و منحصر به فرد هستند. بیشترین فراوانی را نسبت طلایی عدد ۱ دارد و مشخص است که حدود یک چهارم از کل رسمی‌های دوبا در زمینه مربع شکل می‌گیرند. به صورت یک‌درمیان



رسمی‌های دوپا یا فقط زمینه مستطیل شکل دارند یا دارای هر دو زمینه مربع و مستطیل شکل هستند. بیشترین نسبت ابعاد زمینه بیانگر کشیده‌ترین زمینه در هر رسمی دوپاست. در هر نوع رسمی دوپا، زمینه حالت‌های اتصال بالاتر، تمام زمینه‌های حالت‌های اتصال پایین‌تر از خود را در همان رسمی دوپا شامل می‌شود. تعداد فراوانی نوع اتصال‌ها تا حالت اتصال ۷ به ۷ روند افزایشی دارد؛ اما با حذف اتصال ۳ به ۳ و شروع اتصال ۸ به ۸ در رسمی دوپای ۱۸ (مرحله ششم)، روند نزولی دارد.

در راستای پاسخ به پرسش دوم در راستای تعیین زمینه ایده‌آل در رسمی‌های دوپا، با تقریب سه تا یک رقم اعشار<sup>۱۰</sup> اعداد جدول ۲، بخش زیادی از زمینه‌های رسمی دوپا از قوانین نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  پیروی می‌کنند. آنچه در انتخاب زمینه برای طراحان در جهت اجرای کار دقیق‌تر و اصولی‌تر، طبق قوانین هندسی رسمی‌های دوپا ملاک عمل قرار می‌گیرد، انتخاب زمینه‌ای با نسبت ابعادی نزدیک به نسبت‌های طلایی و عدد طلایی  $\Phi$  به شرح زیر است:

- نسبت زمینه در تمامی حالات از اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶، ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ رسمی دوپای ۲۲ برابر نسبت طلایی عدد ۱ است.
  - نسبت زمینه در حالت چهارم اتصال ۶ به ۶، پنجم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی دوپای ۱۸ و همچنین در حالات چهارم و ششم اتصال ۶ به ۶، پنجم و هشتم اتصال ۷ به ۷، پنجم و نهم اتصال ۸ به ۸، ششم و دهم اتصالات ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰، حالت سوم اتصال ۷ به ۷، ۸ به ۸، ۹ به ۹ و ۱۰ به ۱۰ رسمی دوپای ۲۲ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۵ است.
  - نسبت زمینه در حالت چهارم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ رسمی دوپای ۲۰ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶۱۷ است.
  - نسبت زمینه در حالت دوم از اتصالات ۵ به ۵ و ۶ به ۶ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶ است.
  - بزرگ‌ترین نسبت زمینه مربوط به حالت سوم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی دوپای ۱۸ که برابر نسبت طلایی عدد ۲ است.
  - نسبت زمینه در حالت سوم اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ رسمی دوپای ۱۸ برابر نسبت طلایی عدد ۲ است.
- در موارد خاص که طراح ملزم به استفاده از حالات و اتصالات مختلف رسمی دوپا به‌غیر از زمینه‌هایی با نسبت‌های شرح داده‌شده در جدول ۲ باشد، ملاک انتخاب شایسته زمینه، براساس طول و عرضی است که از قوانین نسبت‌های طلایی فیبوناچی و عدد طلایی  $\Phi$  به شرح زیر پیروی می‌کنند:
- در رسمی دوپای ۲۰، به‌جز حالت اول اتصال آن، سایر حالت‌های اتصال آن، یک زمینه با طول و عرض برابر با عدد طلایی  $\Phi$  دارند.
  - طول و عرض زمینه در حالت چهارم اتصال ۵ به ۵، ششم اتصال ۶ به ۶ و هفتم اتصالات ۷ به ۷، ۸ به ۸ و ۹ به ۹ در رسمی دوپای ۲۰ برابر عدد طلایی  $\Phi$  هستند.
  - طول و عرض زمینه برای حالت پنجم از اتصال ۶ به ۶، هفتم از اتصالات ۷ به ۷ و ۸ به ۸ و هشتم از اتصالات ۹ به ۹، ۱۰ به ۱۰ و ۱۱ به ۱۱ برابر نسبت طلایی عدد ۱،۶ است.
  - طول و عرض زمینه حالت اول اتصال ۳ به ۳ و چهارم اتصالات ۵ به ۵، ۶ به ۶ و ۷ به ۷ در رسمی دوپای ۱۶ برابر نسبت طلایی ۱،۶۶ است.

### پی‌نوشت

۱. رسمی‌بندی یا کاربرندی، اصطلاحات فارسی هستند که به جای یکدیگر به کار برده می‌شوند و به الگوهای هندسی اشاره می‌کنند که فضای مکعبی پایینی را به فضای خالی بالای آن متصل می‌کنند (Koliiji, 2016: 123). بزرگمهری نیز به نقل از پیرنیا، کاربرندی و رسمی‌بندی را معادل هم می‌داند که تحت قواعد هندسی همدیگر را قطع می‌کنند و قواره اصلی پوشش را به وجود می‌آورند (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱).

۲. قالب این نوع کاربردی‌ها برخلاف نوع سرسفت آن‌ها که قالبشان نسبت به صفحه زمین به صورت مایل است، نسبت به صفحه زمین عمود و داشته می‌شود؛ از این رو چون اکثراً قابلیت حمل بار را دارند؛ پوش اصلی نیز خواهند بود (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۱). تویزه‌ها در این نوع رسمی به صورت یک دور کامل بار را به تکیه‌گاه‌ها منتقل می‌کنند و کل رسمی همانند یک چشمه یا گنبد عمل می‌کند (شعرباف، ۱۳۷۲: ۱۰).
۳. با اجرای یک کاربردی روی تاق‌ها، ۸ ضلعی یک‌باره به ۳۲ ضلعی تبدیل می‌شود و گنبد روی تیزه‌های کاربردی سوار می‌شود (پیرنیا، ۱۳۷۰: ۵۱).
۴. بسیاری از آیین‌ها معتقد بوده‌اند که جهان بر اساس اعدادی که به هندسه می‌رسند و اشکال منظمی پدیدار می‌کنند خلق شده است؛ که این نظم خلقت نشان از یک هندسه و تناسبات مشخص دارد (طاهباز، ۱۳۸۳: ۱۰۷؛ ۱۰۵).
۵. حرک رسمی: واژه فارسی برای نوعی تاق که با یک ستاره مرکزی بزرگ مشخص می‌شود و دارای نقاطی است که تا حاشیه امتداد دارد. غالباً به عنوان تاق ستاره یا تاق سه‌کنج شناخته می‌شود (Bonner, 2017: 580).
۶. نقوش ستاره‌ای شکل انواع مختلفی دارند؛ اما همه آن‌ها یک ستاره ساده به عنوان یک سلول مرکزی را شامل می‌شوند (Lee, 1986: 184).
۷. نقاط تقسیم دایره محیطی را به صورت دلخواه به هم وصل کرده تا شکل منظمی تحت عنوان کاربردی اختری پدیدآید (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۵).
۸. برای اطلاعات بیشتر رجوع شود به: السعید و پارمان (۱۳۸۷). نقش‌های هندسی در هنر اسلامی. ص ۹۷. Critchlow., (1976) Islamic patterns. pp. 157-163.
۹. در این پژوهش از آلت سنپوسه به عنوان خردترین آلت رسمی‌های دویا صرف نظر شده است.
۱۰. با تبدیل اعداد به دست آمده از جدول ۲ تا یک رقم اعشار، با توجه به شعاع فرضی در نظر گرفته شده برای دایره محیطی (یک متر)، از ۱ تا ۱۰ سانتی‌متر خطا خواهیم داشت. «در اجرا خود معماران با کمی پس‌وپیش کردن دهانه این تقسیم‌بندی را انجام می‌دهند که در اصطلاح به آن زدوخورد یا کست افزود گویند» (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۲).

## فهرست منابع

- آصفی، مازیار؛ نژادابراهیمی، احد و امجدمحمدی، امیر (۱۳۹۷). ارائه راهکار ترسیمی نو جهت طراحی نوآورانه کاربردی نمونه مطالعاتی: کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز. مرمت و معماری ایران، سال هشتم (ش ۱۶): ۲۰-۱.
- آینه‌چی، شهرزاد؛ ولی‌بیگ، نیما و تهرانی، فرهاد (۱۳۹۸). مقایسه هندسه و روش ترسیم طاق کاربردی نمونه‌های مطالعاتی کاربردی‌های زمینه ۱۰، ۱۲، ۱۴ و ۱۶. صفه، سال بیست و نهم (ش ۸۴): ۹۱-۷۳.
- \_\_\_\_\_ (۱۳۹۸). مطالعه مقایسه‌ای نسبت‌های عناصر کاربردی چهارده در گستره شیوه‌های ترسیم. نشریه نگارینه (هنر/اسلامی)، دوره ششم (ش ۱۷): ۴۶-۳۴.
- ابوالقاسمی، لطیف (۱۳۷۹). هنجار شکل‌یابی معماری اسلامی ایران. معماری ایران (دوره اسلامی). گردآوری محمدیوسف کیانی، تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).
- السعید، عصام و پارمان، عایشه (۱۳۸۷). نقش‌های هندسی در هنر اسلامی. ترجمه مسعود رجب‌نیا. چاپ سوم، تهران: سروش (صدا و سیما).
- امجدمحمدی، امیر؛ نژادابراهیمی، احد و شهبازی، یاسر (۱۳۹۶). کاربردی یا رسمی‌بندی؛ واکاوی دیدگاه‌های محققان و استادکاران. پنجمین کنگره سالانه بین‌المللی عمران، معماری و توسعه شهری، ۱-۹.
- \_\_\_\_\_ (۱۳۹۹). هندسه کاربردی در معماری ایران؛ پاسخ به چالش کاربردی رسمی و اختری. پژوهش‌های معماری اسلامی، سال هشتم (ش ۱): ۴-۲۶.
- بزرگمهری، زهره (۱۳۸۵). هندسه در معماری. چاپ اول، تهران. میراث فرهنگی و سبحان نور.
- پوپ، آرتوراپهام؛ آکرم، فیلیس و شرودر، اریک (۱۳۹۳). شاهکارهای هنر ایران. ترجمه پرویز ناتل خانلری. چاپ ششم، تهران: علمی و فرهنگی.
- پوراحمدی، مجتبی و سهرابی، مهدی (۱۳۹۸). طراحی کاربردی: مسأله تقسیم‌بندی زمینه از منظر ریاضی. پژوهش‌های معماری اسلامی، سال هفتم (ش ۲۳): ۳۶-۲۲.
- پیرنیا، محمدکریم (۱۳۷۰). گنبد در معماری ایران. فصلنامه علمی، فنی و هنری/ثر، شماره ۲۰: ۱۵۶-۱.
- \_\_\_\_\_ و بزرگمهری، زهره (۱۳۸۵). هندسه در معماری. تدوین: جمشید مهرپویا. چاپ اول، تهران: سبحان نور.

- دادور، ابوالقاسم و دالائی، آزاده (۱۳۹۵). مبانی نظری هنرهای سنتی (ایران در دوره اسلامی). چاپ اول، تهران: دانشگاه الزهراء، مرکب سپید.
- رفیعی سرشکی، بیژن؛ رفیع‌زاده، ندا و رنجبر کرمانی، علی محمد (۱۳۸۲). فرهنگ مهرازی (معماری) ایران. نشریه شماره: گ-۳۶۲. تهران: مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، وزارت مسکن و شهرسازی.
- ریحانی همدانی، حسن؛ محمدیان منصور، صاحب؛ افشین مهر، وحید و بمانیان، محمدرضا (۱۳۹۷). تحلیل ریاضی کاربردی‌های ساده معماری ایران. پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران، دوره هشتم (ش ۱۷): ۲۰-۲۰۱.
- رئیس‌زاده، مهناز و مفید، حسین (۱۳۸۴). احیای هنرهای از یادرفته: مبانی معماری سنتی در ایران به روایت استاد حسین لرزاده. چاپ دوم. تهران: مولی.
- شعرباف، اصغر (۱۳۷۲). گره و کاربردی (جلد اول). تدوین بتول غنی‌زاده. چاپ دوم، تهران: سازمان میراث فرهنگی کشور، سبحان نور.
- طاهباز، منصوره (۱۳۸۳). شکل مقدس. صفه، سال چهاردهم (ش ۳۸): ۹۵-۱۲۶.
- عمرانی‌پور، علی (۱۳۸۴). هنر و معماری اسلامی ایران، یادنامه استاد دکتر لطیف ابوالقاسمی. چاپ اول. تهران: وزارت مسکن و شهرسازی، معاونت شهرسازی و معماری، سازمان عمران و بهسازی شهری.
- فزایی، ابونصر محمد ابن محمد (۱۳۸۹). احصاءالعلوم. چاپ چهارم. ترجمه حسین خدیوچم. تهران: علمی و فرهنگی.
- فرشچی، حمیدرضا؛ دانایی‌نیا، احمد و اشرفی، احمد (۱۳۹۵). نظام هندسی زمینه‌های رسمی‌بندی یک‌پا، برگرفته از دایره محیطی. مرمت و معماری ایران، سال ششم (ش ۱۲): ۱۳۸-۱۲۷.
- کاشانی، غیاث‌الدین جمشید (۱۳۶۶). رساله طاق و ازج. ترجمه سیدعلیرضا جذبی. تهران: سروش.
- محمدیان‌منصور، صاحب و فرامرزی، سینا (۱۳۹۰). گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی در معماری ایران. هنرهای زیبا- معماری و شهرسازی، پیاپی (ش ۴۸): ۹۷-۱۰۹.
- معماریان، غلامحسین و صفایی‌پور، هادی (۱۳۹۴). معماری ایرانی: نیارش (جلد اول). تدوین نیکی ایرانپور طاری. چاپ دوم، تهران: نغمه نواندیش.
- مولوی، بهزاد (۱۳۷۰). هنر اسلامی شیوه رسم هندسی در معماری ایران (دوران اسلامی). صفه، دوره اول (ش ۲): ۷۳-۸۵.
- مولوی، بهزاد و قاسم‌زاده، مسعود (۱۳۸۱). بررسی کاربرد هندسه در معماری گذشته ایران (دوره اسلامی). نشریه شماره گ-۳۵۳، تهران: مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن.
- مهدی‌زاده سراج، فاطمه؛ فخاری تهرانی، فرهاد و ولی‌بیگ، نیما (۱۳۹۰). به‌کارگیری مثلث‌های هنجار در محاسبات ریاضی و پیاده‌سازی هندسه در ساخت و اجرای معماری سنتی ایران. مرمت و معماری ایران. سال اول (ش ۱): ۱۵-۲۶.
- نژاد ابراهیمی، احد؛ شهبازی، یاسر و امجد محمدی، امیر (۱۳۹۶). گونه‌شناسی ساختاری کاربردی و رسمی‌بندی در معماری ایران بر مبنای ساختگاه و کاربست. فیروزه/اسلام، پژوهش معماری و شهرسازی اسلامی. سال سوم (ش ۴): ۲۵-۴۱.
- نقره‌کار، عبدالحمید (۱۳۹۲). حکمت هنر و معماری اسلامی. تهران: دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده معماری و شهرسازی.
- نوایی، کامبیز و حاجی‌قاسمی، کامبیز (۱۳۹۰). خشت و خیال: شرح معماری اسلامی ایران. چاپ اول، تهران: سروش.
- Ainechi, S.; Valibeig, N. & Tehrani, F. (2019). Karbandies' Traditional Construction Technique in Tabriz and Isfahan. *International Journal of Architectural Heritage*, 14 (10), 1-18.
- Bonner, J. (2017). **Islamic Geometric Patterns: Their Historical Development and Traditional Methods of Construction**. U.S.A: Springer.
- Critchlow, K. (1976). **Islamic patterns**. London: Thames and Hudson.
- Cromwell, P. R. (2010). Islamic geometric designs from the Topkapı Scroll I: unusual arrangements of stars. *Journal of Mathematics and the Arts*, 4 (2), 73-85.
- Danaeina, A. & Erfan, B. (2020). The Use of Regular Takht in the Geometrical System of the Muqarnas: A Case Study on Mosques and Shrines of Kashan. *Symmetry: Culture and Science*, 31 (3), 297-319.

- Garofalo, V. (2016). The Geometry of a Domed Architecture: A Stately Example of Kārbandi at Bagh-e Dolat Abad in Yazd. *Nexus Network Journal-Architecture and mathematics*, 18 (1), 169-195.
- Gherardini, F. & Leali, F. (2016). A Framework for 3D Pattern Analysis and Reconstruction of Persian Architectural Elements. *Nexus Network Journal*, 18 (1), 133-167.
- Golombek, L. & Wilber, D. (1988). **The Timurid architecture of Iran and Turan**. USA: Princeton University Press.
- Kaplan, C. S. (2000). Computer Generated Islamic Star Patterns. *Bridges: Mathematical Connections in Art, Music, and Science*, 105-112.
- Kaplan, C. S., & Salesin, D. H. (2004). Islamic star patterns in absolute geometry. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 23 (2), 97-119.
- Koliji, H. (2012). Revisiting the squinch: From squaring the circle to circling the square. *Nexus Network Journal*, 14 (2), 291-305.
- Koliji, H. (2016). **In-Between: Architectural Drawing and Imaginative Knowledge in Islamic and Western Traditions**. USA: Routledge.
- Lee, A. J. (1986). Islamic star patterns. *Muqarnas Online*, 4(1), 182-197.
- Maleki, M. M. & Woodbury, R. F. (2008). Reinterpreting Rasmi Domes with geometric constraints: a Case of Goal-seeking in Parametric Systems. *International Journal of Architectural Computing*, 6 (4), 375-395.
- Mohammadi, A. A., Asefi, M., & Ebrahimi, A. N. (2018). The geometrical regularization for covering irregular bases with Karbandi. *Nexus Network Journal*, 20(2), 331-352.
- Mohammadi, A. A., Ebrahimi, A. N. & Shahbazi, Y. (2019). Geometric design of a masonry lattice space dome titled KARBANDI in Persian architecture. *International Journal of Space Structures*, 34(1-2), 1-18.
- Necipoğlu, G. (1995). **The Topkapi scroll: geometry and ornament in Islamic architecture**. USA: Getty Publications.
- Pourahmadi, M. (2014). A basic method for naming Persian Karbandis using a set of numbers. *Nexus network journal*, 16 (2), 313-343.
- Rasouli, P. & Bastanfard, A. (2010). A new approach on 2D Yazdibandi in Islamic geometry. *In 2010 2nd International Conference on Software Technology and Engineering. IEEE*. 344-349.
- Sabetghadam, Z. (2019). Improving Spoke Wheel Roofs with the Geometry of Rasmi-Bandis. *Nexus Network Journal*, 21 (3), 479-490.
- Saremi Naeeni, D.; Aibaghi Esfahani, H. & Mirshojaeian Hosseini, I. (2017). Recognising Karbandi in Iran's architecture and a review of its decorative-structural role. *Iran: Journal of the British Institute of Persian Studies*, 56 (2), 173-183.
- Sarhangi, R. (2012). Persian architecture and mathematics: An overview. *Nexus Network Journal*, 14 (2), 197-201.
- Zandiyehvakili, M.; Hojat, I., & Mahmudi, M. (2019). The role of geometrical features in the architecturalstructural interaction: Some case studies of the Iranian ancient architecture. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 13 (3), 716-724.



Received: 2021/01/02

Accepted: 2022/08/10



## Field Proportions and Theoretical Geometry of the Two-legged plumb tier of Rasmi-Bandi Derived from Peripheral Circle in Persian Architecture

Ahmad Danaeinia\* Erfan Bahador\*\*

### Abstract

For Iranian architects who have inherited valuable experiences in the implementation of the arch, the roof covering in a way that is fully compatible with the geometry of the plan and contributes to the beauty of the building has been very important. Accordingly, there is a great variety in the roof covering of historical monuments in Iran. Benefiting from the science of mathematics and the mastery of architects in geometry has led to the formation of a wide range of roof coverings in Iranian architecture, including Rasmi-Bandi. The practical aspects of this element in architecture, such as structure, decoration, and climate, have caused it to be widely used and to have various shapes and forms according to the architect's taste and context. Rasmi-Bandi is used as arch coverings, in both single-legged and two-legged tier modes. Failure to use them in the desired setting is the weakness of this type of application, which is more visible in the two-legged type, due to the location of the legs outside the corners and on common points of the setting, which itself creates a more complex and varied geometry. Therefore, it seems necessary to study the formal two-dimensional geometry of two-legged plumb and familiarity with the various dimensions and ratios of their implementation. In this research, based on library studies and theoretical analyzes, through the circumscribed circle, the theoretical geometry of 185 states from Two Impost plumb Rasmi-Bandi of 8 to 24 has been studied and by removing the Sanbooseh, the types, connection modes, and number of possible modes in these samples have been classified. The results show that a large number of two-legs of Rasmi follow the rules of the Fibonacci golden ratio and the golden number  $\Phi$ . Two legs of Rasmi Bandi start from a 3 to 3 connection state. As the Rasmi increases from 8 to 24, the frequency of the Rasmi becomes more or equal to before it. The connection mode is directly related to the type of Rasmi. For each step above the two-legged type of Rasmi 8, the connection mode is incremental; as the number of connections increases, so does the frequency of the two legs of Rasmi-Bandi. Two-legged Rasmi of 8 has the lowest number of frequencies (one type of mode) and two-legged Rasmi of 22 and 24 have the highest frequency (48 different types of modes). Also, the radius of the Shamseh is the same for all specimens in any of the two-leg connection modes.

**Keywords:** Arched Cover, Rasmi-Bandi, Two-Legged plumb, Perimeter, Golden Ratios, Golden Number  $\Phi$ .

\* Associate Professor, Faculty of Architecture and Art, University of Kahan, Iran.

\*\* M.A. in Architecture.

*Danaeinia@kashanu.ac.ir*

*Bahador\_erfan@yahoo.com*