

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۰۸

پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۴/۱۳

## ارائه راهکار ترسیمی نو جهت طراحی نوآورانه کاربردی نمونه مطالعاتی: کاربندی‌های بازار تاریخی تبریز

مازیار آصفی\* احد نژاد ابراهیمی\*\* امیر امجد محمدی\*\*\*

### چکیده

کاربندی، یکی از الگوهای پوشش تاقی است که ریشه در روش‌های دقیق هندسه ترسیمی دارد. این الگو به سبب داشتن هندسه مقید، از انعطاف زیادی برخوردار نبوده و در معماری ایران نیز تنها در زمینه‌های مشخص به کار رفته است. لذا همواره این سؤال مطرح است که روش‌های رایج ترسیم کاربردی چه محدودیت‌ها و مقتضیاتی دارند؟ و با شناخت این محدودیت‌ها و مقتضیات، چگونه می‌توان کاربردهای کاربردی را گسترش داد؟ تحقیق حاضر، با هدف پاسخ‌گویی به سؤالات مذکور شکل گرفته است؛ لذا به منظور یافتن محدودیت‌ها و الزامات هندسی کاربردی، ابتدا کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز را بررسی و تحلیل می‌کند، سپس با در نظر گرفتن الزامات یافته شده، در صدد رسیدن به روشی است تا بتواند بر محدودیت‌های هندسی کاربردی فائق آمده و استفاده‌های آن را گسترش دهد. این پژوهش، با روش استدلال منطقی و با جمع‌آوری اطلاعات از طریق مشاهده عینی، بررسی‌های کتابخانه‌ای و مدل‌سازی رایانه‌ای، به ارائه راه‌حلی در جهت افزایش تنوع زمینه‌های کاربردی پرداخته است. نتایج بررسی نمونه‌های مطالعاتی نشان می‌دهد که شروط لازم و کافی برای پیاده‌سازی دقیق هندسه یک کاربردی  $n$  ضلعی در زمینه‌های چهار ضلعی این است که اولاً دو زاویه مقابل چهار ضلعی زمینه مکمل باشند، ثانیاً هر چهار زاویه به دست آمده از ترسیم یکی از اقطار آن، مضربی از حاصل تقسیم  $180^\circ$  بر تعداد اضلاع کاربردی  $(\frac{180^\circ}{n} \times x)$  باشد، ثالثاً مرکز دایره محیطی، داخل چهار ضلعی زمینه قرار گیرد. سپس با در نظر گرفتن شروط مذکور، روشی ارائه شد که در مقایسه با روش‌های ترسیمی موجود، محدودیت‌های کمتری دارد و استفاده از کاربردی را در زمینه‌های نامنتظم نیز ممکن می‌کند.

**کلیدواژه‌ها:** کاربردی، هندسه کاربردی، باریکه تاق متقاطع، پوشش تاقی، بازار تاریخی تبریز

\* masefi@tabriziau.ac.ir

\*\* ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir

\*\*\* a.amjad@tabriziau.ac.ir

\* دانشیار، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز (نویسنده مسئول).

\*\* دانشیار، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز.

\*\*\* کارشناس ارشد، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز.

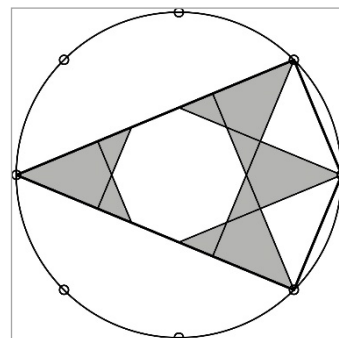
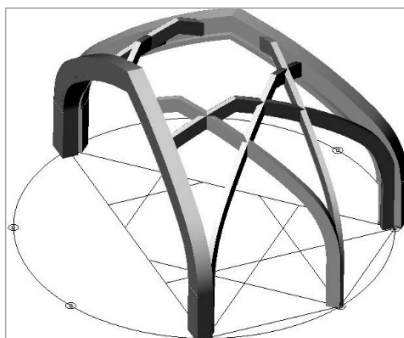
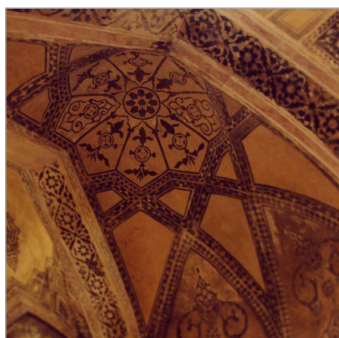
## مقدمه

کاربندی، یکی از عناصر سازه‌ای - تزئینی معماری ایران است که طرح و خلق آن، بر پایه اصول دقیق هندسی بنا نهاده شده است و نمونه‌هایی از ساده‌ترین تا متکامل‌ترین انواع آن در نقاط مختلف ایران قابل رؤیت هستند (معماریان، ۱۳۹۱). این عنصر ساختمانی به سبب برخی خصوصیات هندسی، سازه‌ای و عملکردی از دیگر عناصر معماری‌های چون مقرنس، یزدی‌بندی، کاسه‌سازی و غیره متفاوت و متمایز گشته است؛ خصوصیتی که توجه بسیاری از استادکاران و پژوهشگران عرصه مطالعات معماری ایران را به خود جلب کرده و باعث نگارش و نشر مطالب متنوعی درباره آن‌ها شده که رویکرد آنها عمدتاً گونه‌شناسی هندسی، شکلی و یا ساختاری است. نکته‌ای که در برخی از این منابع بدان اشاره شده، انعطاف‌پذیری پایین هندسه کاربردی است (نویسی و حاجی‌قاسمی، ۱۳۹۰؛ حلی، ۱۳۶۵)، که بدین سبب در معماری ایران نیز به‌جز چندین نمونه انگشت‌شمار - هم‌چون کاربردی سربینه حمام و کیل شیراز - تنها در زمینه‌های منتظم و هندسی به کار رفته است (تصویر ۱). با این وجود، پژوهش هدفمند و قابل‌توجهی در خصوص علت‌یابی محدودیت‌های هندسی کاربردی و بررسی امکان استفاده از آن در زمینه‌های نامنتظم<sup>۱</sup> صورت نگرفته و راه‌حلی برای کاربردی آن در این‌گونه زمینه‌ها ارائه نشده است. با درک این موضوع، هدف تحقیق در وهله اول، یافتن مقتضیات و الزامات هندسه کاربردی است. بدین منظور، چندین نمونه از نفیس‌ترین و متنوع‌ترین کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز به‌عنوان نمونه‌های مطالعاتی انتخاب شدند و مورد تحلیل و بررسی هندسی قرار گرفتند. توجه به ثبت جهانی بازار تاریخی تبریز و مطالعات پژوهشی بر آثار تاریخی معماری ایرانی و هم‌چنین کوشش فراوان معماران بازار تبریز در خلق زیباترین، متنوع‌ترین و پیچیده‌ترین انواع کاربردی در آن، اهمیت مطالعه کاربردی‌های بازار تبریز را به‌عنوان نمونه موردی آشکار می‌کند. این تحقیق در وهله بعدی

با در نظر گرفتن مقتضیات و الزامات یافته‌شده، در صدد رسیدن به روشی است تا بتواند بر محدودیت‌های هندسی کاربردی فائق آمده و استفاده‌های آن را گسترش دهد. در این راستا، زمینه‌های چهار ضلعی به‌عنوان معیار مطالعه قرار می‌گیرند و امکان‌سنجی پیاده‌سازی هندسه کاربردی در انواع زمینه‌های چهار ضلعی بررسی می‌شود تا راه‌حلی برای ترسیم کاربردی ارائه شود که برای زمینه‌های چهار ضلعی نامنتظم نیز قابل استفاده باشد. در نهایت، با ترکیب کاربردی‌های ترسیم‌شده در زمینه‌های چهار ضلعی، نمونه پیچیده‌تری نیز ارائه می‌شود. هدف مذکور، بر این فرضیه استوار است که هندسه کاربردی و زمینه آن دارای ارتباطی دقیق و نظام‌مند هستند که با کشف این رابطه می‌توان به راهکارهایی جدید برای پیاده‌سازی هندسه کاربردی دست یافت. بر اساس آنچه گفته شد، این پژوهش به‌روش استدلال منطقی و با جمع‌آوری اطلاعات از طریق مشاهده عینی، بررسی‌های کتابخانه‌ای و مدل‌سازی رایانه‌ای در پی پاسخ به این سؤالات بوده است: الف) شروط لازم و کافی برای پیاده‌سازی دقیق هندسه یک کاربردی  $n$  ضلعی کدام هستند؟ ب) ابعاد و هندسه زمینه، چه خصوصیتی به هندسه کاربردی دیکته می‌کنند؟ ج) به چه صورت و با چه روشی می‌توان هندسه کاربردی را در زمینه‌های نامنتظم به کار بست؟<sup>۲</sup>

## پیشینه تحقیق

درباره کاربردی، منابع مختلفی تحریر یافته که هر یک از دیدگاهی در مورد آن بحث نموده‌اند. لیکن تنها در معدودی از آنها به جنبه‌های هندسی و شکلی توجه شده است که عموماً رویکرد کیفی دارند. رویکرد کمی مورد نظر در این تحقیق، نگرش میان‌رشته‌ای و فراگیر به موضوع و کشف و شناخت مؤلفه‌های اثرگذار بر پیاده‌سازی هندسه کاربردی در زمینه‌های چهار ضلعی و سپس طرح راهکاری عالمانه در برای اجرای هندسه کاربردی در زمینه‌های نامنتظم است. در

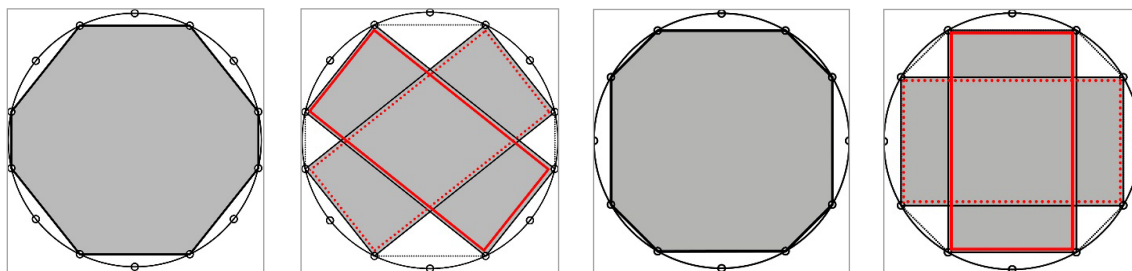


تصویر ۱. سربینه حمام و کیل شیراز (نگارندگان)

است و صرفاً در زمینه‌های منتظم کاربرد دارد. تحقیق دیگری توسط صاحب محمدیان و فرامرزی (۱۳۹۰) انجام شده است که بیشتر به گونه‌شناسی فرمی کاربردی اختصاص دارد و روش ترسیمی مستقلی در آن ارائه نمی‌شود. در این تحقیق، چندین رابطه مثلثاتی نیز برای پیاده‌سازی کاربردی ساده در زمینه‌های مستطیلی و محاسبه تعداد اضلاع آن ارائه شده، که نسبت به روابط استاد پیرنیا دقیق‌تر بوده، اما صرفاً برای زمینه‌های مستطیلی هستند. رئیسی و همکاران (۱۳۹۲)، سه ابهام در نام‌گذاری، تشخیص هندسه و تشخیص نقش ساختمانی کاربردی را شناسایی و تحلیل و سپس راه‌حلی برای ابهام‌زدایی هر کدام مطرح کرده‌اند. بر این اساس، سه معیار در هندسه نظری، هندسه عملی و نقش ساختمانی برای تشخیص نمونه‌ها تبیین شده و در نهایت بر اساس سه معیار مذکور، انواع کاربردی‌ها را در هشت گونه تقسیم‌بندی کرده‌اند. چنان‌که همکاران (2017) در تحقیق دیگری، فرآیند طراحی هندسی کاربردی تیمچه حاج محمدقلی بازار تاریخی تبریز را به‌عنوان یک نمونه برجسته، بررسی و سپس آنالیز سازه‌ای کرده‌اند، ولی به‌صورت عمومی، اصول هندسی کاربردی و مقتضیات آن را مورد بررسی و تحلیل قرار نداده‌اند. ستاری ساربانقلی و جدایی (۱۳۹۰) در تحقیق خود، کاربردی‌های بازار تبریز را برداشت کرده و پلان آنها را ترسیم کرده‌اند؛ با این وجود، فرآیند و نحوه تشکیل هندسه آنها را مطالعه نکرده‌اند. در تحقیق انجام‌شده توسط پور احمدی (2014)، برای گونه‌های مختلف کاربردی، یک نام‌گذاری جدید و متفاوت با آن چه در معماری ایرانی وجود دارد، صورت گرفته است. با این وجود در بخش‌های اول آن، کلیات هندسه کاربردی و تعاریف برخی گونه‌های آن ذکر شده‌اند. بر اساس بررسی‌های صورت گرفته، تمامی منابع فوق به مطالعه و گونه‌شناسی کاربردی‌های موجود در معماری ایران اختصاص دارند و هیچ‌کدام با هدف رفع محدودیت‌های هندسی کاربردی و ارائه ایده‌های نوآورانه برای طراحی آن صورت نگرفته‌اند. از طرفی، چندین روش سنتی موجود صرفاً برای زمینه‌های منتظم و ویژه کاربرد داشته و از انعطاف پایینی برخوردار هستند. لذا فقدان منابعی محرز

حال حاضر، خلأ چنین پژوهش‌هایی درباره کاربردی مشهود است؛ با این وجود در این بخش، برخی از منابعی که در آنها به‌نحوی به موضوع توجه شده، ذکر می‌شوند. مهم‌ترین منبع موجود در این خصوص که برگرفته از برخی آموزه‌های استاد پیرنیا بوده، توسط بزرگمهری (۱۳۸۵) تحریر یافته است. در این کتاب ضمن معرفی کلیات سازه‌ای و ساختاری کاربردی، یک نوع روش ترسیمی سنتی نیز برای آن ارائه شده است (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵). لکن روش ترسیمی ارائه‌شده، صرفاً برای زمینه‌های منتظم بوده و از میان اشکال چهار ضلعی نیز تنها در مربع و مستطیل استفاده می‌شود. روش ترسیمی مذکور، مبتنی بر تقسیم دایره به قطاع یکسان و ترسیم وترهای متقاطع و متساوی بین نقاط تقسیم است. روابط ذکرشده در این منبع - هم‌چون رابطه محاسبه تعداد اضلاع کاربردی - صرفاً برای زمینه‌های مستطیلی است. در زمینه‌های غیرمستطیلی نیز، ابتدا زمینه به‌صورت ترکیبی از دو مستطیل متساوی و متقاطع فرض شده و سپس هندسه کاربردی با استفاده از روابط زمینه‌های مستطیلی، محاسبه و ترسیم می‌شود. بنابراین این روش برای زمینه‌های مستطیلی و یا زمینه‌هایی که از ترکیب دو مستطیل متساوی و متقاطع تشکیل می‌شوند، مناسب است (تصویر ۲).

روش سنتی دیگر توسط استاد شهرباف (۱۳۸۵) مطرح شده که این روش برای ترسیم نیم کار بوده، با این حال استفاده از آن برای ترسیم کاربردی کامل در زمینه‌های متقارن نیز امکان‌پذیر است. ترسیم کاربردی در این روش، بدون استفاده از دایره محیطی و مستقیماً داخل زمینه انجام می‌گیرد؛ با این وجود این روش نیز هم‌چون روش مذکور، صرفاً برای زمینه‌های منتظم و ویژه است. در این منبع، رابطه‌ای برای محاسبه تعداد اضلاع کاربردی ارائه نشده است و ترسیم کاربردی با دانستن تعداد اضلاع کاربردی و طول دهنه تاق ممکن می‌شود. استاد لرزاده (۱۳۵۸) در خلال ارائه روش‌های ترسیم انواع کارهای معماری‌های چون کاسه‌سازی، مقرنس و گره‌سازی، بخشی را نیز به نحوه ترسیم کاربردی اختصاص داده‌اند. روش ترسیمی ارائه‌شده، مشابه روش استاد شهرباف



تصویر ۲. زمینه‌های تشکیل‌شده از ترکیب دو مستطیل متساوی و متقاطع (نگارندگان)

می‌شود که با نگاهی عمق نگر به جستجوی مبانی پایه‌های موضوع پرداخته و پارامترهای اثرگذار در پیاده‌سازی هندسه کاربندی، در انواعی از زمینه‌های نامنتظم را مشخص و بیان کرده و به ارائه راهکارهای ترسیمی فراگیرتر بپردازند. تحقیق حاضر با تمرکز بر خلأ علمی موجود، ابتدا هندسه کاربندی‌های بازار تاریخی تبریز را بررسی کرده و خصوصیات هندسی کاربندی را استخراج می‌کند، سپس با شناخت مقتضیات هندسه کاربندی، یک روش ترسیمی جدید برای طراحی نوآورانه آن ارائه می‌دهد. مهم‌ترین تفاوت روش ترسیمی ارائه‌شده با روش‌های سنتی موجود آن است که روش حاضر، استفاده از کاربندی را در زمینه‌های چند ضلعی نامنتظم نیز ممکن می‌کند؛ زمینه‌هایی که در راسته‌های ارگانیک بازارهای تاریخی ایران به‌وفور قابل مشاهده هستند که با تاق‌های دیگری هم‌چون تاق کلمبو پوشیده شده‌اند (تصویر ۳).

### روش تحقیق

این پژوهش، از نوع تحقیقات کاربردی بوده که در دو بخش کلی ارائه شده است: بخش اول؛ از طریق مطالعات میدانی و مشاهده عینی، به بررسی و تحلیل نمونه‌های کاربندی بازار تاریخی تبریز پرداخته است تا بدین صورت، اصول هندسی کاربندی و روابط ریاضی آن را به‌دست آورد، بخش دوم نیز به‌روش استدلال منطقی و مدل‌سازی رایانه‌ای و با بهره‌گیری از مطالعات بخش اول، در صدد یافتن راه‌حلی برای ترسیم و پیاده‌سازی کاربندی در زمینه‌های نامنتظم است.

### نمونه‌های مطالعاتی کاربندی در بازار تاریخی تبریز

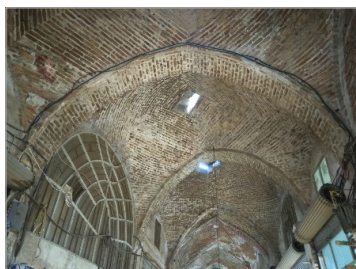
کاربندی به‌سبب قابلیت‌های فرمی و عملکردی بالای خود، کاربردهای بسیار گسترده‌ای در معماری ایران داشته است. این قابلیت‌ها در طول تاریخ، توجه طیف وسیعی از معماران خیره و متبحر ایرانی را به‌خود جلب کرده و باعث طرح و خلق کارهای متنوعی شده‌اند؛ به‌نحوی که در نقش‌های متنوع و بخش‌های گوناگونی از ابنیه ظاهر شده و علاوه بر جنبه‌های تزئینی و زیبایی‌شناسانه، نقش

سازه‌ای نیز داشته‌اند (نژاد ابراهیمی و همکاران، ۱۳۹۶). گاهی در نقش پوشش اصلی بنا به‌کار رفته و گاه در نقش پوشش زیرین و گاهی نیز چون چپیره در زیر گنبد قرار می‌گیرند. یک مجموعه شاخص برای مشاهده گونه‌هایی از زیباترین و متکامل‌ترین کاربندی‌ها، بازار تاریخی تبریز است (تهرانی، ۱۳۹۰). در این بخش، چندین نمونه از بهترین کاربندی‌های بازار، انتخاب شده و نحوه شکل‌گیری هندسه آنها بررسی شده‌اند (جدول ۱).

کاربندی به‌سبب داشتن هندسه مقید و دقیق، از انعطاف پایینی برخوردار بوده و درست به‌همین علت، در طول تاریخ معماری ایران نیز تنها در زمینه‌های مشخص و ویژه به‌کار رفته؛ چنان‌که در نمونه‌های فوق نیز قابل مشاهده است، کارها روی زمینه‌های متقارن و منتظمی هم‌چون مربع، مستطیل و هشت ضلعی‌های متقارن به‌کار رفته‌اند. نکته لازم به‌ذکر دیگر، محاطی بودن زمینه تک‌تک کاربندی‌ها است. در برخی نمونه‌ها نیز هم‌چون کاربندی تیمچه حاج شیخ سوم و مظفریه، دو یا چند کاربندی با هم ترکیب شده و نمونه‌های پیچیده‌تری ایجاد کرده‌اند. هم‌چنین بررسی و تحلیل نمونه‌های فوق و استفاده از یافته‌های برخی منابع مهم در این خصوص (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵؛ نوایی و حاجی‌قاسمی، ۱۳۹۰)، روشن ساخت که هندسه کاربندی بر پایه دو اصل ذیل است و در صورت عدم تحقق آنها، نمی‌توان به محصول نهایی، واژه کاربندی اطلاق کرد:

- هندسه پلانی یک کاربندی  $n$  ضلعی، مبتنی بر تقسیم دایره به  $n$  قطاع یکسان و ترسیم وترهای متقاطع و متساوی بین نقاط تقسیم است؛ که بدین سبب همواره عضوی دایره‌ای شکل به‌نام شمس در مرکز دایره محیطی تشکیل می‌شود. در نهایت، امتداد وترها در خارج از زمینه و داخل سوسنی‌ها حذف می‌شوند (تصویر ۴).

- ساختار هندسی کاربندی در بعد سوم، بر اساس دوران یک باریکه‌تاق حول مرکز دایره محیطی تشکیل می‌شود؛ لذا تمامی باریکه‌تاق‌های کاربندی دارای ابعاد و تناسبات یکسانی هستند (تصویر ۴).



تصویر ۳. زمینه‌های نامنتظم در بازار تاریخی تبریز (نگارندگان)



ضلعی‌هایی قابل‌محاط در دایره هستند که در آنها دو زاویهٔ روبرو به یکدیگر مکمل باشند، یا به‌طور برعکس در هر چهار ضلعی محاطی، زوایای روبرو به هم مکمل یکدیگر هستند (همان: ۶۹). از این‌رو، شرط اول پیاده‌سازی دقیق هندسهٔ کاربرندی بر روی زمینه‌های چهار ضلعی این است که دو زاویهٔ مقابل چهار ضلعی مورد نظر، مکمل باشند (جدول ۲).

### شرط دوم

روشن است که هر کاربرندی در هر زمینه‌ای قابل‌اجرا نیست. پیاده‌سازی یک کاربرندی  $n$  ضلعی، نیازمند زمینه‌ای با تناسب خاصی بوده که دقیقاً در ارتباط با تعداد اضلاع کاربرندی است؛ لذا باید خصوصیات زمینهٔ لازم برای یک کاربرندی  $n$  ضلعی محاسبه و تبیین شود.

هندسهٔ کاربرندی، مبتنی بر تقسیم دایره به کمان‌های یکسان و ترسیم وترهای متقاطع و متساوی بین نقاط تقسیم بوده که مهم‌ترین مسأله در آن، انطباق الگوی هندسهٔ ترسیمی با زمینهٔ کار است. برای تحقق چنین انطباقی بین الگوی ترسیمی کاربرندی با زمینه کار، بایستی رئوس چهار ضلعی منطبق بر نقاط تقسیم دایره باشند. بنابراین می‌توان شرط دوم را بدین صورت بیان کرد که یک کاربرندی  $n$  ضلعی، صرفاً در چهار ضلعی‌هایی قابل‌اجرا است که با تقسیم دایرهٔ محیطی به  $n$  قطاع مساوی، رئوس چهار ضلعی بر روی نقاط تقسیم دایره قرار بگیرند. برای مثال، تصویر ۵، چندین نمونه از چهار ضلعی‌هایی را نشان می‌دهد که امکان اجرای کاربرندی ۲۴ ضلعی در آنها وجود دارد.

برای به‌دست آوردن مشخصهٔ چهار ضلعی‌های فوق، ابتدا یکی از اقطار آنها را ترسیم می‌کنیم؛ بدین صورت چهار زاویهٔ

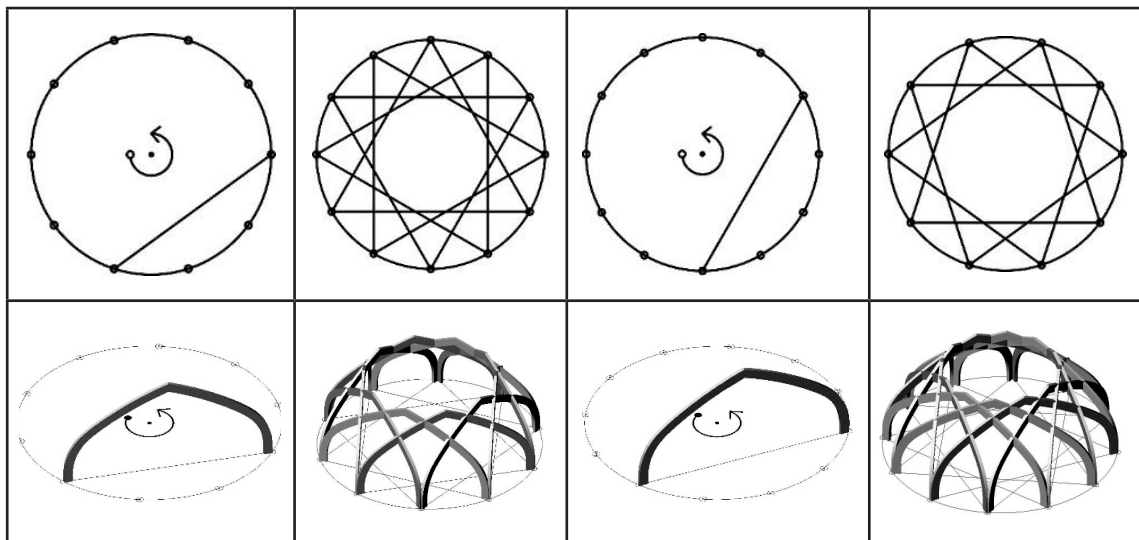
مطالعه نمونه‌های موردی روشن کرد که پیاده‌سازی هندسهٔ کاربرندی در یک زمینهٔ خاص، مستلزم برقراری ارتباط دقیقی بین هندسه و نوع کاربرندی و تناسبات و ابعاد زمینهٔ اجرایی است که با بی‌توجهی بدان، هرگز نتایج مطلوبی حاصل نمی‌شود. چنین ارتباطی به‌صورت متقابل بین هندسهٔ کاربرندی و زمینهٔ اجرایی برقرار است؛ به‌طوری که هندسهٔ کاربرندی، برخی بایدها و نبایدهایی به زمینهٔ مورد نظر تحمیل کرده و نیز بخشی از مشخصات خود را از ابعاد و تناسبات زمینه می‌گیرد (Amjad Mohammadi et al, 2018). مقاله حاضر در دو دسته کلی "الزامات هندسهٔ کاربرندی" و "الزامات زمینه‌های چهار ضلعی"، به بررسی و تحلیل چنین روابطی پرداخته است.

### الزامات هندسهٔ کاربرندی

چنان‌که روشن شد، هندسهٔ کاربرندی، از روش‌های ترسیمی دقیق و ریاضی‌وار به‌دست می‌آید؛ لذا محدودیت و الزاماتی برای زمینه‌های کاربرندی وجود دارد. از این‌رو باید شروط لازم و کافی را که هندسهٔ یک کاربرندی  $n$  ضلعی برای زمینه‌های چهار ضلعی ارائه می‌نماید، محاسبه و بررسی نمود.

### شرط اول

مهم‌ترین خصوصیت هندسهٔ کاربرندی که آن را از دیگر کارهایی چون مقرنس، کاسه‌سازی و غیره متمایز می‌کند، هندسهٔ وتری آن است؛ این هندسه تنها در زمینه‌هایی امکان اجرا دارد که محاط در دایره باشند. اما نکته در خور توجه این است که الزاماً از هر چهار نقطهٔ واقع بر روی صفحه، نمی‌توان دایره‌ای گذراند یا به‌عبارتی دیگر همهٔ چهار ضلعی‌ها الزاماً محاطی<sup>۳</sup> نیستند (احمدپور و مسگری، ۱۳۸۶: ۶۷)، تنها چهار



تصویر ۴. هندسه پلانی و فرمی کاربرندی (نگارندگان)

### الزامات زمینه‌های چهار ضلعی

پایاده‌سازی هندسه کاربردی در هر زمینه‌ای، مقتضیات و الزامات خاص خود را می‌طلبد که دقیقاً در ارتباط با ابعاد و تناسبات زمینه مورد نظر است (فرشچی و همکاران، ۱۳۹۵). این بخش از تحقیق، در پی تبیین روابطی است که بدان طریق بتوان برای هر زمینه (زمینه‌های چهار ضلعی)، کاربردی متناسب با آن را انتخاب و ترسیم کرد. در این میان، مهم‌ترین پارامترهایی که توسط زمینه کاربردی تعیین می‌شوند، «چند به چند (دو به دو، سه به سه یا غیره) وصل شدن نقاط تقسیم دایره مبنا» و «تعداد اضلاع کاربردی» است که در ذیل به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

### چند به چند (دو به دو، سه به سه یا غیره) وصل شدن نقاط تقسیم دایره مبنا

چنان‌که قبلاً گفته شد هندسه کاربردی، مبتنی بر تقسیم دایره به کمان‌های متساوی و ترسیم وترهای متقاطع بین نقاط تقسیم است. اتصال نقاط تقسیم دایره با فاصله‌های دلخواه صورت نمی‌گیرد. در زمینه‌های مستطیلی، بزرگ‌ترین ضلع (طول مستطیل)، عامل تعیین‌کننده مشخصه مذکور است؛ به طوری که اگر طول مستطیل در مقابل  $m$  قطاع از دایره قرار گیرد، همه نقاط تقسیم دایره با فاصله  $m$  به هم وصل می‌شوند (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۳). این مشخصه در زمینه‌های چهار ضلعی نامنتظم (محاظی) نیز از طریق بزرگ‌ترین ضلع چهار ضلعی، قابل محاسبه است. اما باید توجه داشت که اگر در چهار ضلعی‌های نامنتظم - نیز هم‌چون زمینه‌های مستطیلی - نقاط تقسیم دایره با فاصله  $m$  به  $m$  به هم وصل شوند، در یک یا دو طرف مجاور کاربردی، عضو سوسنی حذف شده و بدین سبب کاربردی، توازن و هماهنگی خود را از دست می‌دهد. برای اجتناب از این مسأله، می‌توان نقاط تقسیم دایره را با فاصله  $1+m$  به  $1+m$  به هم وصل کرد تا کاربردی به دست آمده، از هماهنگی و توازن بیشتری برخوردار باشد (جدول ۵).

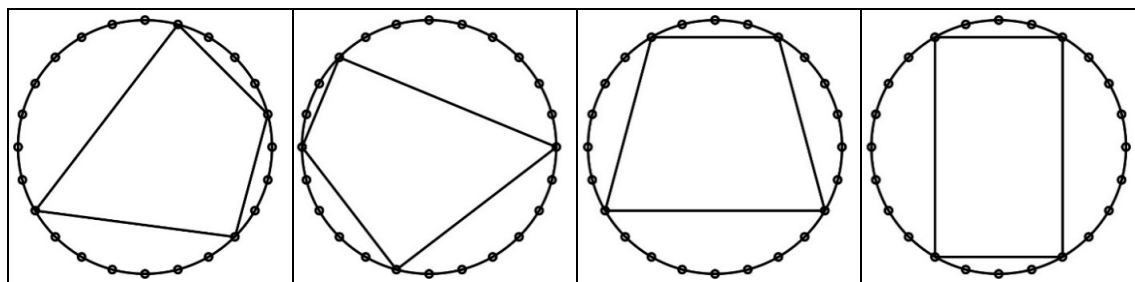
محاظی  $a^4, b^4, c^4, d^4$  به دست می‌آیند (جدول ۳). همان‌گونه که در جدول ۳ مشهود است، کمان روبروی تمامی زوایای  $a^4, b^4, c^4, d^4$  مضربی از قطاع ایجاد شده بر روی دایره هستند. برای مثال، در این جدول با توجه به این که دایره به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم شده، زاویه هر قطاع برابر حاصل تقسیم  $360^\circ$  بر ۲۴ است<sup>۵</sup>. از این رو تمامی کمان‌های روبرو به زوایای مذکور، مضربی از  $15^\circ$  هستند. حال با توجه به این که اندازه هر زاویه محاطی برابر نصف کمان روبروی خود است، تمامی زوایای  $a^4, b^4, c^4, d^4$  نیز مضربی از  $7/5^\circ$  (نصف  $15^\circ$ ) هستند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که کاربردی ۲۴ ضلعی تنها در چهار ضلعی‌هایی قابل اجرا است که - جدا از محاطی بودن - هر چهار زاویه به دست آمده از ترسیم یکی از اقطار آن (زوایای  $a^4, b^4, c^4, d^4$ )، مضربی از  $7/5^\circ$  باشند (جدول ۳).

حال می‌توان مشخصه فوق را - به همان ترتیبی که برای زمینه‌های کاربردی ۲۴ ضلعی محاسبه شد - برای زمینه‌های کاربردی‌های  $n$  ضلعی نیز به دست آورد. بر این اساس، شرط دوم پایاده‌سازی یک کاربردی  $n$  ضلعی در انواعی از چهار ضلعی‌ها، این است که هر چهار زاویه به دست آمده از ترسیم یکی از اقطار آن (زوایای  $a^4, b^4, c^4, d^4$ )، مضربی از حاصل تقسیم  $180^\circ$  بر تعداد اضلاع  $(\frac{180^\circ}{n} x)$  باشند.

$$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \left(\frac{360^\circ}{n} \times \frac{1}{2}\right) x = \left(\frac{180^\circ}{n} x\right), \quad x \in \mathbb{N}$$

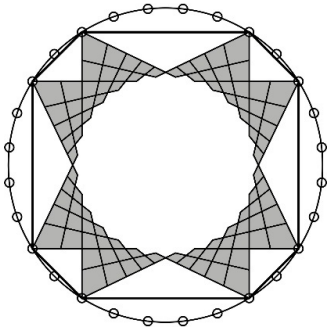
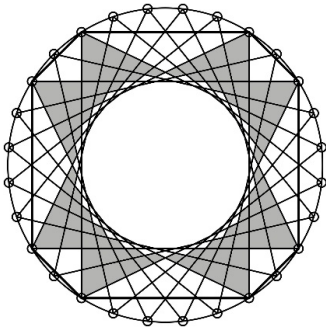

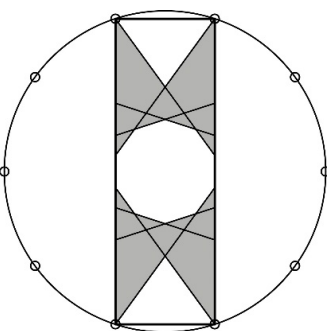
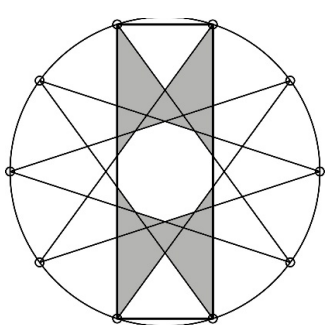
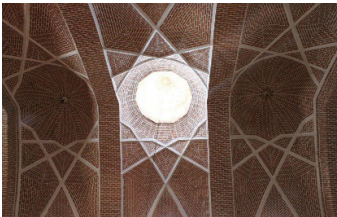
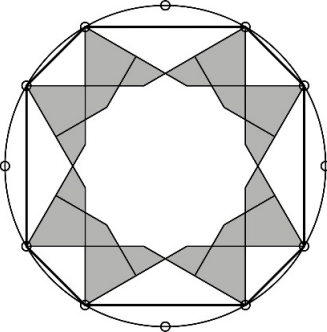
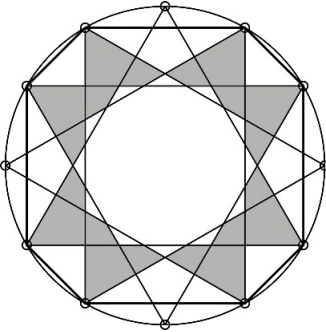
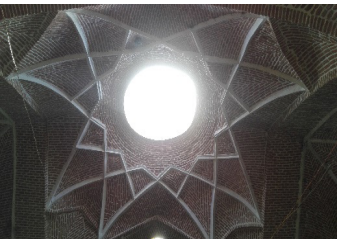
### شرط سوم

یکی از الزامات هندسه کاربردی این است که شمسه کاربردی، درون چهار ضلعی زمینه تشکیل شود. این شرط، زمانی محقق می‌شود که مرکز دایره محیطی، داخل چهار ضلعی زمینه قرار گیرد؛ در غیر این صورت، چهار ضلعی زمینه به طور کامل در نصف دایره قرار گرفته و پایاده‌سازی هندسه کاربردی در آن امکان‌پذیر نیست (جدول ۴).



تصویر ۵. نمونه‌هایی از زمینه‌های چهار ضلعی مستعد پایاده‌سازی کاربردی ۲۴ ضلعی (نگارندگان)

جدول ۱. بررسی ساختار هندسی ۱۳ نمونه از نفیس‌ترین کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز

			<p>تیمچه امیر جنوب</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی ۲۸ ضلعی با سه ردیف حذف ترنج. ۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۲۸ ضلعی تشکیل یافته است. ۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۹ به ۴.۹ (زمینه: هشت و نیم هشت</p>			
			<p>تیمچه امیر شمال</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۰ ضلعی کامل، از نوع رسمی ساده. ۲) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۴ به ۳.۴ (زمینه: مستطیل</p>			
			<p>تیمچه حاج تقی</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۲ ضلعی با یک ردیف حذف ترنج. ۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۲ ضلعی تشکیل یافته است. ۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۴ به ۴.۴ (زمینه: هشت و نیم هشت</p>			

ادامه جدول ۱. بررسی ساختار هندسی ۱۳ نمونه از نفیس‌ترین کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز

			<p>تیمچه حاج رحیم</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۶ ضلعی با یک ردیف حذف ترنج. (۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۶ ضلعی به‌دست آمده است. (۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۵ به ۴.۵ زمین: هشت و نیم هشت</p>			
			<p>تیمچه حاج شیخ سوم</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی مرکب از نوع درون‌زا. (۲) ترکیب یک کاربردی رسمی ساده ۸ ضلعی با یک کاربردی اختری گسیخته ۱۶ ضلعی. (۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره در کاربردی رسمی با فاصله ۳ به ۳ و در کاربردی اختری با فاصله ۴ به ۴.۴ زمین: مستطیل</p>			
			<p>تیمچه حاج صفر علی</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۲ ضلعی با یک ردیف حذف ترنج. (۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۲ ضلعی تشکیل یافته است. (۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۴ به ۴.۴ زمین: هشت و نیم هشت</p>			



			<p>تیمچه حاج محمدعلی</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۶ ضلعی با دو ردیف حذف ترنج. (۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۶ ضلعی تشکیل یافته است. (۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۶ به ۴.۶ زمین: هشت</p>			
			<p>تیمچه ملک</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی مرکب از نوع سوار. (۲) استقرار یک کاربردی اختری ترکیب ۲۰ ضلعی بر روی یک کاربردی اختری گسیخته ۲۰ ضلعی. (۳) اتصال نقاط روی دایره در کاربردی ترکیب با فاصله ۱۰ به ۱۰ و در کاربردی اختری گسیخته با فاصله ۴ به ۴.۴ زمین: هشت و نیم هشت</p>			
			<p>تیمچه میر ابوالحسن</p>
<p>(۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۶ ضلعی با دو ردیف حذف ترنج. (۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۶ ضلعی تشکیل یافته است. (۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۶ به ۴.۶ زمین: هشت</p>			

ادامه جدول ۱. بررسی ساختار هندسی ۱۳ نمونه از نفیس‌ترین کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز

			<p>تیمچه میرزا جلیل</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی ۱۶ ضلعی با دو ردیف حذف ترنج. ۲) از نوع رسمی گسترش که از تقاطع عمودی دو کاربردی ساده ۱۶ ضلعی تشکیل یافته است. ۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۶ به ۶ (۴.۶) زمینه: هشت</p>			
			<p>تیمچه میرزا شفیق</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی مرکب از نوع سوار. ۲) استقرار یک کاربردی اختری ترکیب ۱۶ ضلعی بر روی یک کاربردی رسمی ساده ۱۶ ضلعی. ۳) اتصال نقاط روی دایره در کاربردی ترکیب با فاصله ۸ به ۸ و در کاربردی رسمی ساده با فاصله ۴ به ۴ (۴.۴) زمینه: مربع</p>			
			<p>تیمچه مظفریه</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی ۸ ضلعی کامل، از نوع رسمی ساده. ۲) اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۳ به ۳ (۳.۳) زمینه: مستطیل</p>			

ادامه جدول ۱. بررسی ساختار هندسی ۱۳ نمونه از نفیس‌ترین کاربردی‌های بازار تاریخی تبریز

			<p>تیمچه مظفریه</p>
<p>۱) کاربردی قالب شاقولی مرکب از نوع پرور. ۲) ترکیب یک کاربردی رسمی ساده ۱۶ ضلعی با دو نیم‌کار رسمی ساده ۱۲ ضلعی. ۳) اتصال نقاط تقسیم روی دایره در کاربردی مرکزی و نیم‌کارها با فاصله ۴ به ۴.۴. زمینه: مستطیل</p>			

(نگارندگان)

جدول ۲. چندین نمونه برای چهار ضلعی‌های محاطی

<p><math>117.1^\circ + 62.9^\circ = 180^\circ</math></p>	<p><math>70.5^\circ + 109.5^\circ = 180^\circ</math></p>	<p><math>108.4^\circ + 71.6^\circ = 180^\circ</math></p>	<p><math>90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math></p>

(نگارندگان)

جدول ۳. مشخصه زمینه‌های چهار ضلعی مستعد پیاده‌سازی کاربردی ۲۴ ضلعی

<p><math>\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \left(\frac{360^\circ}{24} \times \frac{1}{2}\right) x = 7.5x^\circ</math> <math>\hat{a} = 30^\circ, \hat{b} = 30^\circ, \hat{c} = 67.5^\circ, \hat{d} = 52.5^\circ</math></p>	<p><math>\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \left(\frac{360^\circ}{24} \times \frac{1}{2}\right) x = 7.5x^\circ</math> <math>\hat{a} = 30^\circ, \hat{b} = 45^\circ, \hat{c} = 45^\circ, \hat{d} = 60^\circ</math></p>

(نگارندگان)



کاربندی‌های ۱۰ تا ۳۲ ضلعی محاسبه و نمونه‌ای برای هر کدام ترسیم شده است.

در جدول فوق، الزامات و مقتضیات پیاده‌سازی هندسه کاربردی‌های ۱۰ تا ۳۲ ضلعی در زمینه‌های چهار ضلعی روشن شدند و چنان که دیدیم، اگر زوایای  $\hat{a}$ ،  $\hat{b}$ ،  $\hat{c}$  و  $\hat{d}$  مضربی از ۱۸ درجه باشند، کاربردی ۱۰ ضلعی، اگر مضربی از ۱۵ درجه باشند، کاربردی ۱۲ ضلعی و اگر مضربی از  $\frac{180^\circ}{n}$  باشند، کاربردی  $n$  ضلعی قابل پیاده‌سازی است.

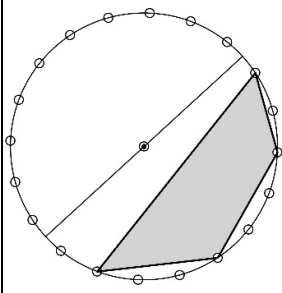
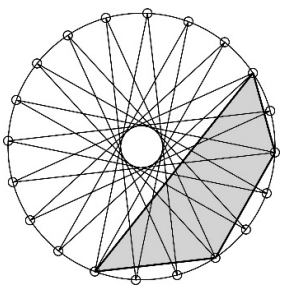
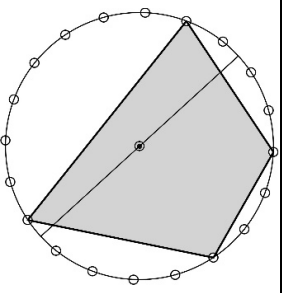
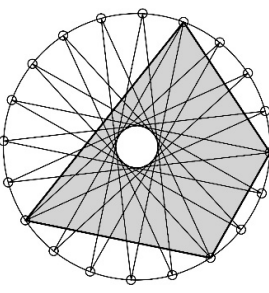
### تعداد اضلاع کاربردی

در جدول ۶، خصوصیات هندسی انواعی از کاربردی‌های ۱۰ تا ۳۲ ضلعی معرفی شدند، اما نکته‌ای که باید بدان توجه داشت این است که «تعداد اضلاع کاربردی تنها به سلیقه و دلخواه

شایان ذکر است که با افزایش فاصله اتصال نقاط روی دایره، شمشه کاربردی کوچک‌تر می‌شود؛ لذا موقع طراحی کاربردی، اندازه شمشه با تغییر فاصله اتصال نقاط، قابل کنترل است. پس از اتصال نقاط تقسیم دایره مینا به هم، امتداد تمامی خطوطی که بیرون از چهار ضلعی و یا داخل سوسنی‌ها قرار دارند را پاک می‌کنیم و بدین صورت، هندسه کاربردی شکل می‌گیرد. بر طبق آنچه در جدول ۵ روشن شد، اگر بزرگ‌ترین ضلع چهار ضلعی نامنتظم در برابر  $m$  قطاع از دایره قرار گیرد، نقاط تقسیم روی دایره به منظور هماهنگی و تناسب اجزای کاربردی، بهتر است (بر خلاف زمینه‌های مستطیلی که  $m$  به  $m$  وصل می‌شوند) با فاصله بیشتری وصل شوند.



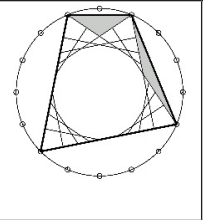
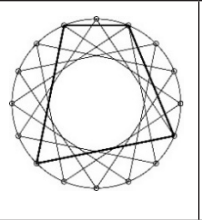
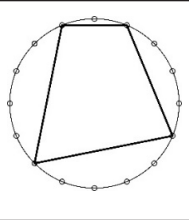


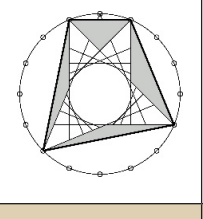
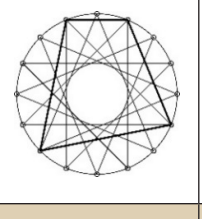
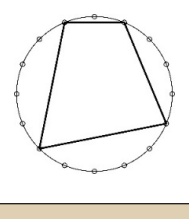
اینک در جدول ۶ با توجه به آنچه که در بخش‌های قبل مطرح شد، خصوصیات و الزامات زمینه و هندسه انواع

جدول ۴. آزمون شرط سوم پیاده‌سازی هندسه کاربردی در زمینه‌های چهار ضلعی

			
مرکز دایره بیرون از چهار ضلعی قرار گرفته و شمشه درون زمینه تشکیل نمی‌شود؛ لذا امکان پیاده‌سازی کاربردی آن وجود ندارد.		مرکز دایره در داخل چهار ضلعی قرار گرفته و شمشه درون زمینه تشکیل می‌شود؛ لذا شرط سوم پیاده‌سازی هندسه کاربردی در آن صادق است.	

(نگارندگان)

جدول ۵. مقایسه دو حالت اتصال نقاط تقسیم دایره با فاصله  $m$  به  $m$  و  $1+m$  به  $1+m$  در زمینه‌های چهار ضلعی نامنتظم

				
	تشکیل سوسنی تنها در دو طرف مجاور کاهش هماهنگی و توازن کاربردی		کاربندی ۱۶ ضلعی اتصال نقاط با فاصله $m$ به $m$ (۵ به ۵)	
				
	کاربندی به نسبت هماهنگ و متوازن	تشکیل سوسنی در هر چهار طرف	اتصال نقاط با فاصله $1+m$ به $1+m$ (۶ به ۶)	کاربندی ۱۶ ضلعی

(نگارندگان)





### گام اول

ابتدا محیط چهار ضلعی را به دست آورده و با استفاده از فرمول ارائه شده ( $P - 4 =$  تعداد اضلاع مناسب کاربردی)، تعداد اضلاع مناسب کاربردی را محاسبه می‌کنیم (جدول ۷):

$$P - 4 = (9.08 + 9.36 + 7.27 + 6.06) - 4 = 27.77 \approx 28$$

(محیط چهار ضلعی  $P =$ )

نزدیک‌ترین عدد زوج طبیعی به مقدار به دست آمده، ۲۸ است؛ لذا کاربردی مناسب برای زمینه مورد نظر، یک کاربردی ۲۸ ضلعی است.

### گام دوم

حال، یکی از اقطار چهار ضلعی را ترسیم کرده و سپس زوایای  $\hat{a}$ ،  $\hat{b}$ ،  $\hat{c}$  و  $\hat{d}$  را اندازه‌گیری می‌کنیم (جدول ۷).

$$\hat{a} = 52.91^\circ, \hat{b} = 32.14^\circ, \hat{c} = 55.28^\circ, \hat{d} = 39.66^\circ$$

با توجه به آن چه که در شرط دوم آمد، می‌دانیم که در

کاربردی ۲۸ ضلعی، باید تمامی زوایای  $\hat{a}$ ،  $\hat{b}$ ،  $\hat{c}$  و  $\hat{d}$  مضربی از حاصل تقسیم  $180^\circ$  بر ۲۸ ( $\frac{180^\circ}{28}x$ ) باشند.

$$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{28}x = 6.429x^\circ, \quad x \in \mathbb{N}$$

### گام سوم

در این جا، نزدیک‌ترین چهار ضلعی به زمینه مورد نظر که مستعد اجرای کاربردی ۲۸ ضلعی است را پیدا می‌کنیم. لذا باید نزدیک‌ترین مضرب‌های عدد  $[6,429]$  به مقادیر  $[a = 52.91^\circ, b = 32.14^\circ, c = 55.28^\circ, d = 39.66^\circ]$  را بیابیم.

$$\hat{a} = 52.91^\circ, \quad \frac{52.91^\circ}{6.429^\circ} = 8.23 \Rightarrow \hat{a} \approx 8 \times 6.429^\circ = 51.43^\circ$$

$$\hat{b} = 32.14^\circ, \quad \frac{32.14^\circ}{6.429^\circ} = 5.00 \Rightarrow \hat{b} = 5 \times 6.429^\circ = 32.14^\circ$$

$$\hat{c} = 55.28^\circ, \quad \frac{55.28^\circ}{6.429^\circ} = 8.60 \Rightarrow \hat{c} \approx 9 \times 6.429^\circ = 57.86^\circ$$

$$\hat{d} = 39.66^\circ, \quad \frac{39.66^\circ}{6.429^\circ} = 6.17 \Rightarrow \hat{d} \approx 6 \times 6.429^\circ = 38.57^\circ$$

در محاسبات فوق، اعداد به دست آمده، زوایای  $\hat{a}$ ،  $\hat{b}$ ،  $\hat{c}$  و  $\hat{d}$  نزدیک‌ترین چهار ضلعی به چهار ضلعی مورد نظر است که امکان پیاده‌سازی دقیق کاربردی ۲۸ ضلعی در آن وجود دارد. حال در گام بعدی با استفاده از زوایای محاسبه شده، چهار ضلعی جدید را ترسیم می‌کنیم.

در این بخش از تحقیق باید نکته‌ای را نیز خاطر نشان کرد؛ در حالت کلی با افزایش تعداد اضلاع کاربردی، میزان خطای

معمار تعیین نمی‌شود، بلکه ابعاد مختلف سطحی که باید در آن کاربردی [اجرا] شود نوع آن را مشخص می‌کند» (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۲). چنان که به سبب برخی ملاحظات سازه‌ای و استاتیکی، مناسب است که با افزایش ابعاد زمینه، تعداد اضلاع کاربردی نیز افزایش یابد تا بار سقف، بین تعداد بیشتری از باریکه‌تاق‌ها تقسیم شود. بدین منظور برای زمینه‌های مستطیلی، فرمول  $[2(a+b)-4]$  مطرح است (همان). در این فرمول متغیرهای  $a$  و  $b$ ، طول و عرض مستطیل و عدد به دست آمده، تعداد اضلاع کاربردی مناسب هستند.

حال به منظور قابل استفاده کردن رابطه فوق برای چهار ضلعی‌های محاطی نامنتظم، عدد ۲ را در مقادیر داخل پرانتز ضرب کرده، سپس فرمول به دست آمده را ساده می‌کنیم. بدین صورت، رابطه  $[4 -$  محیط چهار ضلعی = تعداد اضلاع مناسب کاربردی] به دست می‌آید. شایان ذکر است که تعداد اضلاع کاربردی، یک عدد طبیعی زوج است؛ لذا اگر حاصل فرمول بالا یک عدد اعشاری باشد، آن را معادل نزدیک‌ترین عدد طبیعی زوج در نظر می‌گیریم.

### کاربردی در زمینه‌های چهار ضلعی نامنتظم

با توجه به آن چه که در بخش‌های پیشین تشریح شد، هندسه کاربردی به طور دقیق، در انواع زیادی از چهار ضلعی‌های منتظم و یا حتی نامنتظم قابل اجرا است. لکن باید به این واقعیت اذعان نمود که در بیشتر چهار ضلعی‌ها (به استثنای چهار ضلعی‌هایی با شرایط مذکور در جدول ۶)، امکان اجرای دقیق هندسه کاربردی وجود ندارد. گر چه مسأله مذکور، امر چندان عجیبی برای معماران سنتی نیست. آنها بر این مسأله واقف هستند که معمولاً تناسبات کاربردی محاسبه شده برای یک زمینه مشخص - حتی زمینه‌های مستطیلی - دقیقاً منطبق بر ابعاد آن نیست؛ لذا در اجرا با کمی پس و پیش کردن دهانه‌ها، هندسه کاربردی را با زمینه مورد نظر تطبیق می‌دهند که در اصطلاح به آن زد و خورد یا کست افزود می‌گویند (همان). حال با در نظر گرفتن این حقیقت، بخش حاضر در پی تبیین روشی است تا بدان طریق، امکان اجرای هندسه کاربردی در تمامی چهار ضلعی‌های محاطی - با کمترین میزان زد و خورد - فراهم آید. این روش در چندین مرحله ذیل بر آن است تا نزدیک‌ترین چهار ضلعی مستعد پیاده‌سازی هندسه کاربردی (چهار ضلعی‌هایی با شرایط مذکور در جدول ۶) را به زمینه مورد نظر - که امکان اجرای دقیق هندسه کاربردی در آن وجود ندارد - بیابد.

برای درک بهتر این روش، یک چهار ضلعی محاطی کاملاً تصادفی ترسیم کرده، سپس با اجرای هندسه کاربردی در آن، روش ترسیمی مورد نظر را شرح می‌دهیم (جدول ۷).

جدول ۶. خصوصیات و الزامات زمینه و هندسه انواع کاربردی‌های ۱۰ تا ۳۲ ضلعی (نگارندگان)

فرم کاربردی	پلان کاربردی	ترسیم هندسه کاربردی	چند به چند وصل شدن نقاط روی دایره (n+1 به n+1)	تقسیم دایره به قطاع‌های مساوی	زوایای $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$	نوع کاربردی
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{10}x = 18x^\circ$	کاربردی ۱۰ ضلعی
					$a=36^\circ$ $b=54^\circ$ $c=36^\circ$ $d=54^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۴ به ۴
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{12}x = 15x^\circ$	کاربردی ۱۲ ضلعی
					$a=45^\circ$ $b=60^\circ$ $c=30^\circ$ $d=45^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۵ به ۵
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{14}x = 12.857x^\circ$	کاربردی ۱۴ ضلعی
					$a=51.428^\circ$ $b=25.714^\circ$ $c=64.285^\circ$ $d=38.571^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۶ به ۶
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{16}x = 11.25x^\circ$	کاربردی ۱۶ ضلعی
					$a=56.25^\circ$ $b=45^\circ$ $c=56.25^\circ$ $d=22.5^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۶ به ۶
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{18}x = 10x^\circ$	کاربردی ۱۸ ضلعی
					$a=50^\circ$ $b=50^\circ$ $c=40^\circ$ $d=40^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۶ به ۶
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{20}x = 9x^\circ$	کاربردی ۲۰ ضلعی
					$a=63^\circ$ $b=45^\circ$ $c=45^\circ$ $d=27^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۸ به ۸
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{22}x = 8.182x^\circ$	کاربردی ۲۲ ضلعی
					$a=49.092^\circ$ $b=57.274^\circ$ $c=32.728^\circ$ $d=40.91^\circ$	اتصال نقاط با فاصله ۸ به ۸

ادامه جدول ۶. خصوصیات و الزامات زمینه و هندسه انواع کاربردی‌های ۱۰ تا ۳۲ ضلعی (نگارندگان)

فرم کاربردی	پلان کاربردی	ترسیم هندسه کاربردی	چند به چند وصل شدن نقاط روی دایره (n+1 به n+1)	تقسیم دایره به قطاع‌های مساوی	زوایای $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$	نوع کاربردی
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{24} x = 7.5x^\circ$ $a=45^\circ$ $b=30^\circ$ $c=45^\circ$ $d=60^\circ$	کاربردی ۲۴ ضلعی اتصال نقاط با فاصله ۹ به ۹
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{26} x = 6.923x^\circ$ $a=34.615^\circ$ $b=34.615^\circ$ $c=62.307^\circ$ $d=48.461^\circ$	کاربردی ۲۶ ضلعی اتصال نقاط با فاصله ۱۰ به ۱۰
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{28} x = 6.429x^\circ$ $a=51.432^\circ$ $b=38.574^\circ$ $c=51.432^\circ$ $d=38.574^\circ$	کاربردی ۲۸ ضلعی اتصال نقاط با فاصله ۹ به ۹
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{30} x = 6x^\circ$ $a=54^\circ$ $b=48^\circ$ $c=42^\circ$ $d=36^\circ$	کاربردی ۳۰ ضلعی اتصال نقاط با فاصله ۱۰ به ۱۰
					$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = \frac{180^\circ}{32} x = 5.625x^\circ$ $a=45^\circ$ $b=33.75^\circ$ $c=56.25^\circ$ $d=45^\circ$	کاربردی ۳۲ ضلعی اتصال نقاط با فاصله ۱۱ به ۱۱

(نگارندگان)

#### گام چهارم

برای رسیدن به چهار ضلعی محاسبه‌شده، ابتدا خطی هم‌اندازه و هم‌راستا با قطر چهار ضلعی زمینه ترسیم کرده (جدول ۸)، سپس از دو رأس آن، خطوطی با زوایای محاسبه‌شده  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$  می‌کشیم. چهار ضلعی به‌دست آمده از این روش، نزدیک‌ترین چهار ضلعی محاطی به چهار ضلعی زمینه است که امکان پیاده‌سازی دقیق کاربردی ۲۸ ضلعی در آن وجود دارد (جدول ۸).

#### گام پنجم

حال، دایره محیطی چهار ضلعی مورد نظر را ترسیم کرده<sup>۸</sup> و آن را به ۲۸ کمان مساوی تقسیم می‌کنیم (جدول ۹).

چهار ضلعی محاسبه‌شده - و به تبع آن میزان خطای کاربردی

به‌دست آمده - کاهش می‌یابد. دلیل این امر، از رابطه ارائه‌شده

در شرط دوم  $[ \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = (\frac{180^\circ}{n} x) ]$  آشکار است. با

توجه به این که با افزایش تعداد اضلاع کاربردی، مخرج کسر

رابطه مذکور افزایش می‌یابد، لذا حاصل کسر کاهش یافته و

زوایای  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$  مضربی از یک عدد کوچک‌تر می‌شوند.

پس در حالت کلی، خطای زوایای  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$  به‌دست آمده

از محاسبات فوق، کمتر شده و چهار ضلعی محاسبه‌شده به

چهار ضلعی زمینه نزدیک‌تر می‌شود.

شد، خطای جزئی به‌وجود آمده - حتی در زمینه‌های متقارن و منتظم نیز - مسأله‌ای کاملاً عادی است؟

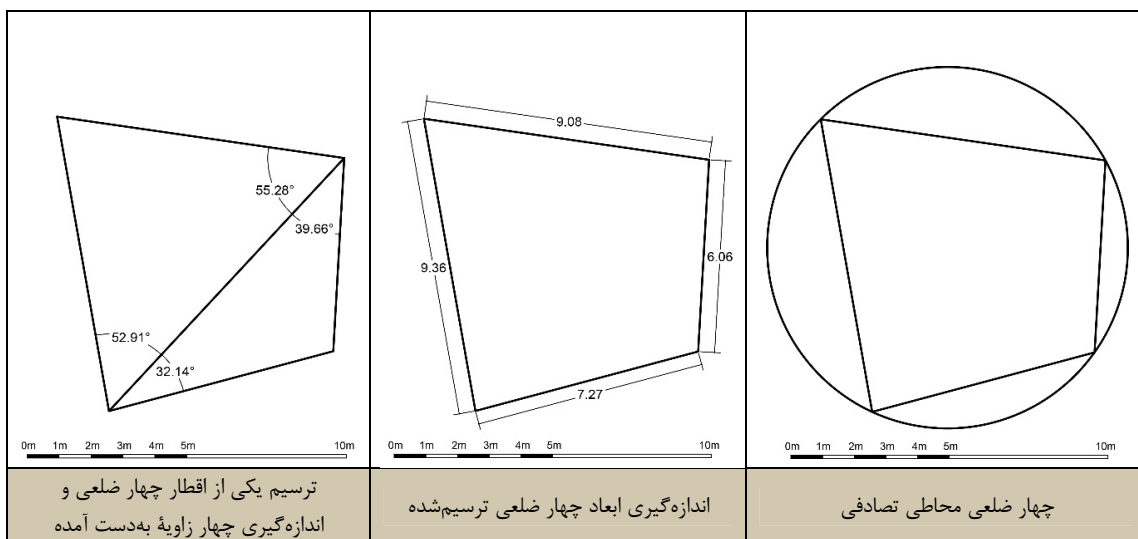
روش ترسیمی ارائه‌شده، برای زمینه‌های چند ضلعی نامنتظم - هم‌چون پنج ضلعی و شش ضلعی - نیز کاربرد دارد. روند کار بدین صورت است که ابتدا زمینه را به دو یا چند چهار ضلعی تقسیم کرده و نزدیک‌ترین کاربردی‌های مناسب زمینه‌ها را می‌یابیم، سپس با ترکیب کاربردی‌های به‌دست آمده، نمونه‌های مرکب تشکیل می‌شوند. شایان ذکر است که برای ادغام دو یا چند کاربردی، باید تعداد اضلاع آنها برابر باشند و اتصال نقاط روی دایره در آنها با فاصله برابر صورت گیرند (تصویر ۶).

می‌بینیم که تمامی رئوس چهار ضلعی، دقیقاً منطبق بر نقاط روی دایره است؛ بنابراین می‌توان هندسه کاربردی ۲۸ ضلعی را به‌طور دقیق در چهار ضلعی به‌دست آمده ترسیم کرد.

### گام ششم

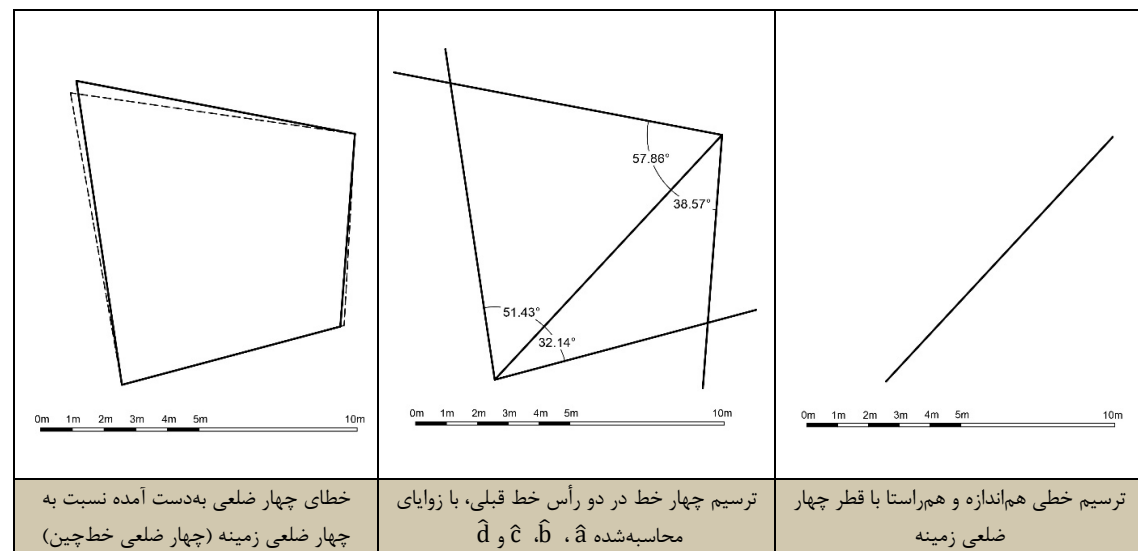
با توجه به این که بزرگ‌ترین ضلع چهار ضلعی در برابر ۹ قطاع از دایره قرار گرفته است، تمامی نقاط روی دایره را با فاصله ۱۰ به ۱۰ (۹ + ۱) به هم وصل می‌کنیم، سپس امتداد خطوط بیرون از چهار ضلعی و هم‌چنین داخل سوسنی‌ها را پاک کرده و بدین ترتیب هندسه کاربردی شکل می‌گیرد (جدول ۹). کاربردی به‌دست آمده از روش فوق، نزدیک‌ترین کاربردی ۲۸ ضلعی به زمینه مورد نظر است. چنان که پیش‌تر نیز ذکر

جدول ۷. ترسیم یک چهار ضلعی محاطی تصادفی و اندازه‌گیری اضلاع و برخی از زوایای آن



(نگارندگان)

جدول ۸. روند ترسیم چهار ضلعی محاسبه‌شده و نمایش میزان خطای آن نسبت به چهار ضلعی زمینه



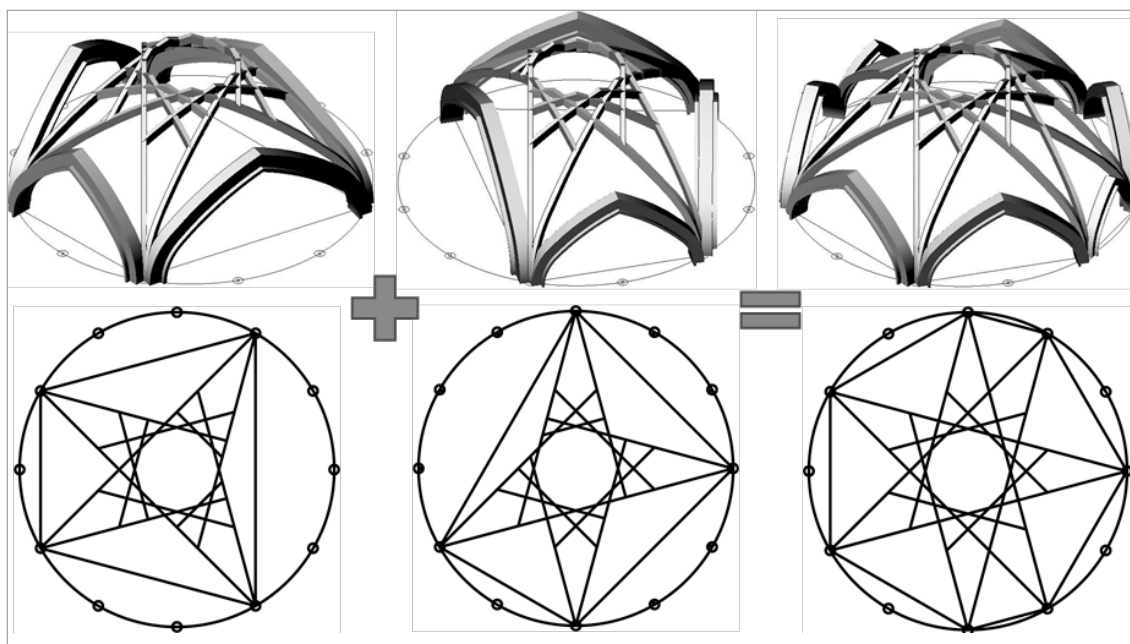
(نگارندگان)



جدول ۹. روند ترسیم کاربندی ۲۸ ضلعی در نزدیک‌ترین چهار ضلعی محاسبه‌شده به زمینه

<p>حذف امتداد خطوط بیرون از چهار ضلعی و هم‌چنین داخل سوسنی‌ها</p>	<p>اتصال نقاط تقسیم روی دایره با فاصله ۱۰ به ۱۰</p>	<p>ترسیم دایره محیطی چهار ضلعی به دست آمده و تقسیم آن به ۲۸ کمان مساوی</p>
<p>پلان کاربندی ترسیم‌شده</p>	<p>نمایش ایزومتریک از سمت شمال غربی کاربندی ترسیم‌شده</p>	<p>نمایش ایزومتریک از سمت جنوب شرقی کاربندی ترسیم‌شده</p>

(نگارندگان)



تصویر ۶. کاربندی مرکب در یک زمینه پنج ضلعی نامنتظم (نگارندگان)

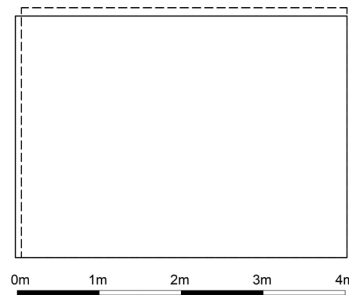
## نتیجه‌گیری

کاربندی، یکی از الگوهای پوششی ریاضی‌وار و دقیق معماری ایرانی است که در این تحقیق، با بررسی هندسه کاربردی‌های بازار تبریز، خصوصیات و مقتضیات آن کشف شد و سپس امکان‌سنجی پیاده‌سازی هندسه آن در انواعی از زمینه‌های چهار ضلعی، مورد سؤال قرار گرفت. نتایج تحقیق نشان دادند که شروط لازم و کافی برای پیاده‌سازی دقیق هندسه یک کاربردی  $\Pi$  ضلعی در زمینه‌های چهار ضلعی منتظم و یا نامنتظم این است که اولاً دو زاویه مقابل چهار ضلعی زمینه مکمل بوده، ثانیاً هر چهار زاویه به‌دست آمده از ترسیم یکی از اقطار آن، ضربی از حاصل تقسیم  $180^\circ$  بر تعداد اضلاع  $(\frac{180^\circ}{n} \times x)$  باشند، ثالثاً شمسۀ کاربردی، درون چهار ضلعی زمینه تشکیل شود؛ این شرط، زمانی محقق می‌شود که مرکز دایره محیطی، داخل چهار ضلعی زمینه قرار گیرد. در این میان مشخص شد که هندسه انواعی از کاربردی‌ها، علاوه بر زمینه‌های مستطیلی و منتظم، در دسته‌ای از چهار ضلعی‌های نامنتظم نیز به‌طور دقیق قابل اجرا است. هم‌چنین برای محاسبۀ تعداد اضلاع مناسب کاربردی، بر اساس ابعاد زمینه - اعم از زمینه‌های چهار ضلعی منتظم و یا نامنتظم - رابطه  $[4 - \text{محیط چهار ضلعی} = \text{تعداد اضلاع مناسب کاربردی}]$  ارائه شد. روشن است که در این رابطه با افزایش ابعاد زمینه، تعداد اضلاع کاربردی نیز بیشتر می‌شوند تا بار سقف، بین تعداد بیشتری از باریکه‌تاق‌ها تقسیم شود. در نهایت بر اساس شروط مذکور، روشی به‌دست آمد که بدان طریق بتوان در زمینه‌هایی که شرط دوم ذکر شده صادق نیست، هندسه کاربردی مناسب با زمینه را - با کمترین میزان خطا - محاسبه و ترسیم کرد. هم‌چنین روشن شد که در روش ترسیمی ارائه‌شده، با افزایش تعداد اضلاع کاربردی، میزان خطای کاربردی محاسبه‌شده کاهش می‌یابد.

این تحقیق، بیشتر به‌بررسی و تحلیل هندسه کاربردی جهت توسعه زمینه‌های آن متمرکز شد تا از این پس بتوان کاربردی را در زمینه‌های متنوع‌تری به‌کار گرفت. باید توجه داشت که تمامی نمونه‌های طراحی شده در این تحقیق، از دوران قوس ثابتی به‌وجود آمده‌اند؛ لذا تمامی کاربردی‌ها خیز ثابت و سطح مشابه و منتظمی دارند که از نوع چفد استفاده‌شده نشأت می‌گیرد. جهت توسعه تحقیق حاضر در پژوهش‌های آتی، می‌توان امکان‌سنجی به‌کارگیری کاربردی در سطوح آزاد را نیز بررسی کرد. با توجه به این که با طراحی کاربردی در سطوح آزاد، انحنای باریکه‌تاق‌ها از چفد سنتی خود خارج می‌شوند، بنابراین برای این کار لازم است که فرمیابی نمونه‌ها با در نظر گرفتن الزامات سازه‌ای صورت گیرند. مشکل دیگری که در پژوهش‌های آتی می‌توان بدان پرداخت، رفع محدودیت محاطی بودن زمینه‌ها است؛ که در این تحقیق به‌عنوان شرط اول مطرح شد. راهکار پیشنهادی ما برای استفاده از کاربردی در زمینه‌های غیرمحاطی، استفاده از کاربردی‌های ترکیبی است.

## پی‌نوشت

۱. منظور از زمینه‌های نامنتظم، زمینه‌های نامتقارن و غیرمستطیلی است.
۲. پیش‌نیاز فهم مطالب ارائه‌شده در این تحقیق، آشنایی با روش‌های سنتی ترسیم کاربردی و اصول ابتدایی هندسه اقلیدسی و برخی قضایای آن است.
۳. چهار ضلعی محاطی، چهار ضلعی است که بتوان دایره‌ای از هر چهار رأس آن گذراند یا به‌عبارتی چهار ضلعی که بتوان آن را در دایره‌ای محاط کرد.
۴. زاویه محاطی، زاویه‌ای است که رأس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن، دو وتر از دایره باشند.
۵. مجموع تمامی کمان‌های یک دایره کامل  $360^\circ$  است.
۶. منظور از چهار ضلعی‌های نامنتظم، چهار ضلعی‌های نامتقارن و یا غیرمستطیلی است.
۷.  $m$ ، تعداد قطاع دایره در روبروی بزرگ‌ترین ضلع چهار ضلعی است.
۸. تمامی چهار ضلعی‌های به‌دست آمده از طریق روش ارائه‌شده در این تحقیق، محاطی هستند.
۹. برای مثال در کتاب «هندسه در معماری»، کاربردی که برای زمینۀ مستطیلی  $4 \times 3$  متر، محاسبه و ترسیم شده است (پیرنیا و بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱۳)، دقیقاً به همان طول و عرض نیست؛ تصویر ذیل، میزان خطای کاربردی ترسیم‌شده را نشان می‌دهد



که در آن مستطیل خط چین، زمینه اصلی و مستطیل ممتد، زمینه کاربندی را نشان می‌دهد.

## منابع و مآخذ

- احمدپور، سیامک و مسگری مشهدی، مصطفی. (۱۳۸۶). هندسه مسطحه. چاپ دوم، تهران: خوشخوان.
- پیرنیا، محمدکریم و بزرگمهری، زهره. (۱۳۸۵). هندسه در معماری. چاپ سوم، تهران: میراث فرهنگی کشور.
- تهرانی، فرهاد. (۱۳۹۰). نگرشی دوباره بر کاربندی و معرفی کاربندی ویژه در بازار تبریز. اثر، سال سی و دوم (۵۳)، ۸۵-۹۶.
- حلی، سید اکبر. (۱۳۶۵). گره‌ها و قوس‌ها در معماری اسلامی. چاپ اول، قم: مهر.
- رئیسی، مهدی؛ بمانیان، محمدرضا و تهرانی، فرهاد. (۱۳۹۲). بازنگری در مفهوم کاربندی بر مبنای هندسه نظری، عملی و نقش ساختمانی. مرمت و معماری ایران، سال سوم (۵)، ۳۳-۵۵.
- ستاری ساربانقلی، حسن و جدایی، امیر. (۱۳۹۰). بررسی و تحلیل طرح‌های کاربندی به کار رفته در تیمچه‌های بازار تبریز. فصلنامه مطالعات شهر ایرانی اسلامی، ۲ (۵)، ۲۹-۴۶.
- شعرباف، اصغر. (۱۳۸۵). گره و کاربندی. چاپ اول، جلد اول، تهران: میراث فرهنگی کشور.
- فرشچی، حمیدرضا؛ دانایی نیا، احمد و اشرفی، احمد. (۱۳۹۵). نظام هندسی زمینه‌های رسمی‌بندی یک‌پا، برگرفته از دایره محیطی. مرمت و معماری ایران، سال ششم (۱۲)، ۱۲۷-۱۳۸.
- لرزاده، حسین. (۱۳۵۸). احیای هنرهای از یاد رفته. چاپ اول، بی‌جا.
- محمدیان منصور، صاحب و فرامرزی، سینا. (۱۳۹۰). گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربندی در معماری ایران. هنرهای زیبا، ۳ (۴)، ۹۷-۱۰۹.
- معماریان، غلامحسین. (۱۳۹۱). معماری ایرانی: نیارش. چاپ اول، جلد ۱ و ۲، تهران: نغمه نواندیش.
- نژاد ابراهیمی، احد؛ شهبازی، یاسر و امجد محمدی، امیر. (۱۳۹۶). گونه‌شناسی ساختاری کاربندی و رسمی‌بندی در معماری ایران بر مبنای ساختگاه و کاربست. فرهنگ معماری و شهرسازی اسلامی، سال سوم (۱)، ۲۵-۴۱.
- نوایی، کامبیز و حاجی قاسمی، کامبیز. (۱۳۹۰). خشت و خیال. چاپ اول، تهران: سروش.
- Amjad Mohammadi, A.; Asefi, M. & Nejad Ebrahimi, A. (2018). The Geometrical Regularization for Covering Irregular Bases with Karbandi. *Nexus Network Journal*, 20(2), 331-352.
- Chenaghlou, M.; Najad Ebrahimi, A.; Shahbazi, Y.; Kheirollahi, M. & Amjad Mohammadi, A. (2017). Structural Morphology of a Masonry Space Dome in Historical Tabriz Bazaar Complex. *Interfaces: Architecture. Engineering. Science*. Hamburg, Germany: Proceedings of the IASS Annual Symposium 2017. 226.
- Pour Ahmadi, Mojtaba. (2014). A Basic Method for Naming Persian Karbandis Using a Set of Numbers. *Nexus Network Journal*, 16(2), 313-343.



Received: 2017/05/29

Accepted: 2018/07/04

## A Novel Drawing Method for Innovative Design of Karbandi Case Study: The Karbandis of Tabriz Historic Bazaar

Mazyar Asefi\* Ahad Nejad Ebrahimi\*\* Amir  
Amjad Mohammadi\*\*\*

### Abstract

Karbandi is a common structural and covering pattern for arched surfaces in Persian architecture, which is rooted in the precise methods of descriptive geometry. These methods, due to their strict geometry, do not have much flexibility and have been used only in specific fields in Iranian architecture. Therefore, the questions arise: what are the limitations and requirements of common drawing methods of Karbandi design? And by discovering these limitations and requirements, how can Karbandi applications be expanded? This research aimed at answering the mentioned questions. For achieving the first purpose the geometry of Karbandis of Tabriz historic bazaar, as the salient samples in Persian architecture, have initially been analyzed. Then, according to the found limitations and requirements, it has investigated the possibility of Karbandi design on innovative and novel bases. This research has been carried out through a logical argumentation method by means of direct observation, corpus analysis and computer modeling to present solutions to increase the variety of Karbandi fields. The results of the research suggest that the conditions and adequate requirements for the geometric execution of an n-lateral Karbandi on the bases of regular or irregular quadrilaterals can be summarized in the three categories as follows:

1. The two facing angle of the base quadrilateral must be complementary.
2. All the four angles resulting from drawing either of the diameters must be a multiple of the result of dividing 180 (degrees) by the number of sides ( $\frac{180^\circ}{n} \times x$ ).
3. The Shamsheh of Karbandi must be formed inside the base. The latter condition is met only when the center of the circumscribing circle is located inside the base.

It was also determined that apart from rectangular and regular bases, the geometry of some types of Karbandi can also be accurately implemented in a group of irregular bases. Finally, according to the above conditions, a method was figured out through which it is possible to accurately calculate and draw the Karbandi geometry in accordance with the base geometry with the least error rate possible.

**Keywords:** Karbandi, Karbandi Geometry, Cross-ribbed Vaulting, Vault Coverture, Tabriz Historic Bazaar

---

\* Associate Professor, Architecture and Urban Planning Faculty, Tabriz Islamic Art University, Iran. (Corresponding Author).

\*\* Associate Professor, Architecture and Urban Planning Faculty, Tabriz Islamic Art University, Iran.

\*\*\* M.A, Architecture and Urban Planning Faculty, Tabriz Islamic Art University, Iran.